



Zentrum für
Technomathematik

Numerik I
WS 2009/10
Prof. Peter Maaß
Kamil S. Kazimierski

http://www.math.uni-bremen.de/~kamilk/numerik_i_ws09/

Übungsblatt Nr. 3

Abgabe Mittwoch, 18.11.2009 vor der Vorlesung

Aufgabe 1: [GAUSS ohne/mit Pivot]

4 Punkte

Löse das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 10^{-4} & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

einmal mit dem Gauß-Algorithmus ohne Pivotsuche und einmal mit dem Gauß-Algorithmus mit Pivotsuche. Verwende dabei jeweils eine dreistellige dezimale Gleitpunktarithmetik, d.h. nach jeder Operation ist das Zwischenergebnis auf drei gültige Dezimalstellen zu runden.

Aufgabe 2: [GAUSS für Tridiagonalmatrizen]

4 Punkte

Eine Matrix ist tridiagonal, wenn sie von folgender Gestalt ist

$$\begin{pmatrix} * & * & & & \\ * & * & * & & \\ & * & * & * & \\ & & * & * & * \\ & & & * & * \end{pmatrix},$$

d.h. es sind höchstens die Hauptdiagonale und die beiden Nebendiagonalen besetzt.

- Für allgemeine $N \times N$ -Matrizen braucht GAUSS-Algorithmus etwa $\mathcal{O}(N^3)$ Gleitkommaoperationen. Vereinfache den GAUSS-Algorithmus (ohne Pivot) für den Fall von Tridiagonalmatrizen so, dass höchstens $\mathcal{O}(N)$ Operationen gebraucht werden.
- Gib für deinen Algorithmus die genaue Anzahl von Operationen die nötig sind um das System $Ax = b$, wo A eine Tridiagonalmatrix ist, zu lösen.

Aufgabe 3, Programmierung: [GAUSS im Computer]

4 Punkte

- Programmiere die LR -Zerlegung mit (Spalten-)Pivotisierung und darauf aufbauend die Lösung eines linearen Gleichungssystems.

b) Teste die Routine mit der Hilbert-Matrix H_{20} ,

$$H_n \in \mathbb{R}^{\{1, \dots, n\} \times \{1, \dots, n\}}$$
$$(H_n)_{j,k} = \frac{1}{j+k-1},$$

indem Sie das Gleichungssystem

$$H_{20} \cdot x = H_{20} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

lösen.

*c) Was passiert, wenn man stattdessen

$$(H_{20} + 10^{-10} \cdot I) \cdot x = H_{20} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

löst? Warum?