
Übungsblatt Nr. 11

Abgabe Freitag, 28.01.2011 vor der Vorlesung

Aufgabe 1: [Satz von Asplund] 4 Punkte

Es sei

$$j_q(x) := \nabla(\tfrac{1}{q}\|\cdot\|^q)(x).$$

Zeige:

a) $\langle j_q(x), x\rangle = \|x\|^q$ und $\|j_q(x)\| = \|x\|^{q-1}$

b) $j_q(\alpha x) = |\alpha|^{q-1} j_q(x)$

Es kann ohne Beweis der folgende Satz verwendet werden: Ist f konvex, differenzierbar so sind folgende aussagen äquivalent:

a) $x^* = \nabla f(x)$

b) $f(y) \geq f(x) + \langle x^*, y - x\rangle$ für alle y.

Aufgabe 2: [Dualitätsabbildungen] 4 Punkte

a) Bestimme $j_q^{\ell^r}(x)$ für $1 < r, q < \infty$.

b) Plotte $j_q^{\ell^q}(x)$ für $q = 1.01, 1.1, 1.4, 2.0$ und $x \in [-10, 10], [-10^{10}, 10^{10}]$.

Aufgabe 3: [A-priori Parameterwahl] 4 Punkte

Wir haben die Distanzabschätzung

$$D_{j_q}(x_\alpha^\delta, x^\dagger) \leq \tfrac{1}{p^*}\|\omega\|^{p^*}\alpha^{p^*-1} + \tfrac{1}{p}\alpha^{-1}\delta^p + \|\omega\|\delta$$

für die Quellbedingung $j_q(x^\dagger) = A^*\omega$ bewiesen. Wie muss α a-priori (d.h. $\alpha = \alpha(\delta)$) gewählt werden, damit bestmögliche Konvergenzordnung (bezüglich der rechten Seite der Abschätzung) erreicht wird. Welche Konvergenzordnung wird erreicht?