Prof. Peter Maaß
Dr. Dirk Lorenz
Dr. Lutz Justen
Kamil S. Kazimierski

Zentrum für Technomathematik

http://www.math.uni-bremen.de/zetem/studiengang/lehreSS07/bildverarb.html

Voraussetzungen für Schein:
Mindestens 60% der Punkte und Bearbeitung von $N-1$ Programmieraufgaben.

Übungsblatt Nr. 10

Abgabe Freitag, 14.07.2007 in MZH 2330

Aufgabe 1: [Adjungierter Operator] 4 Punkte

Sei L der Lösungsoperator von $L^2(0,T;L^2(\Gamma_2))$ nach $L^2(0,T;L^2(\Omega))$ der Anfangs-Randwertaufgabe

$$\left\{\begin{array}{rcll} u_t - \kappa\Delta u &=& 0 & \text{in } (0,T)\times\Omega \\ u(0,\cdot) &=& 0 & \text{in } \Omega \\ n\cdot\nabla_x u + \lambda u &=& 0 & \text{auf } (0,T)\times\Gamma_1 \\ n\cdot\nabla_x u &=& g & \text{auf } (0,T)\times\Gamma_2 \end{array}\right. \tag{1}$$

Zeigen Sie: Der zu L adjungierte Operator L^* ist der Lösungsoperator $\widetilde{L}$ des adjungierten Problems

$$\left\{\begin{array}{rcll} v_t + \kappa\Delta v &=& -\kappa h & \text{in } (0,T)\times\Omega \\ v(T,\cdot) &=& 0 & \text{in } \Omega \\ n\cdot\nabla_x v + \lambda v &=& 0 & \text{auf } (0,T)\times\Gamma_1 \\ n\cdot\nabla_x v &=& 0 & \text{auf } (0,T)\times\Gamma_2, \end{array}\right. \tag{2}$$

gefolgt von der Einschränkung auf Γ_2, d. h.

$$\begin{array}{rcl} L^* : L^2(0,T;L^2(\Omega)) &\to& L^2(0,T;L^2(\Gamma_2)) \\ h &\mapsto& v|_{\Gamma_2}. \end{array} \tag{3}$$