



Zentrum für
Technomathematik

Analysis III
WS 2008/09
Prof. Peter Maaß
Kamil S. Kazimierski

Übungsblatt Nr. 1

Abgabe Dienstag, 28.10.2008 vor der Vorlesung

Aufgabe 1: [Kreisgleichung, Umkehrfunktion]

4 Punkte

Wir untersuchen die Funktion $f : [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \sqrt{4 - (x - 1)^2} + 1$$

deren Graph einen Halbkreis beschreibt.

- a) Für die linke Hälfte des Halbkreises existiert eine Umkehrfunktion f^{-1} . Bestimme f^{-1} . Vergiss dabei nicht, dass zur Definition einer Funktion auch deren Definitions- und Wertebereich angegeben werden muss!

- b) Bestimme

$$(f^{-1})'(2).$$

Aufgabe 2: [Partielle Ableitungen]

4 Punkte

Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sei durch

$$f(x, y) : = \begin{cases} e^{x-y} + (x-y)^4 \sin \frac{1}{x-y} & \text{für } x \neq y \\ 1 & \text{für } x = y \end{cases}$$

gegeben.

- a) Zeige, dass die Ableitungen $f_x(0, 0)$ und $f_{xy}(0, 0)$ existieren, und berechne ihre Werte.
- b) Wieso muss die Funktion für den Fall $x = y$ separat definiert werden? Wieso wurde der Wert 1 als Funktionswert gewählt?

Aufgabe 3: [Lambertsche W-Funktion]

4 Punkte

Der Wert der Lambertschen W-Funktion an der Stelle x ist die reelle Lösung der Gleichung

$$y \cdot \exp(y) = x,$$

sofern diese existiert und eindeutig ist; kurz $W(x) = y$. Sonst sei die W-Funktion nicht definiert. Kann — zumindest für einige geeignete Werte der Zahlen A und B — die Lösung der Gleichung

$$A = x + B \cdot \exp(-x)$$

mit Hilfe der W-Funktion in geschlossener Form angegeben werden?