

Mathematik für Studierende der Erdwissenschaften

Übungsblatt 4

Martin Holler und Wolfgang Ring

Bearbeitung bis 21. April 2016

(1) Differenzieren sie die angegebenen Funktionen

(a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad f(x) = (x^2 + 3x + 1)^3,$

(b) $f_1 : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}; \quad f_1(x) = \left(\frac{x^2+1}{x}\right)^3,$

(c) $f_2 : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}; \quad f_2(x) = \sqrt{\sqrt{x} + 1}.$

(2) Die Siedetemperatur von Wasser ist abhängig vom herrschenden Umgebungsdruck. Eine Näherungsformel für die Siedetemperatur T abhängig vom Druck p ist gegeben durch

$$T(p) = \frac{cg(p)}{b - g(p)}$$

mit $c = 234,175[\text{K}]$ und $b = 17,08085$. Hier ist $g : (0, 10^5] \rightarrow (-\infty, b)$ eine monoton wachsende (differenzierbare) Funktion. Zeigen sie, dass dann auch $T(p)$ eine monoton wachsende Funktion auf dem Intervall $(0, 10^5]$ ist. (Konkret ist $g(p) = \ln \frac{p}{a}$ mit $a = 6,1078[\text{hPa}]$.)

(3) Zerlegen sie die Definitionsmengen der im Folgenden angegebenen Funktionen in Teilintervalle auf denen die jeweilige Funktion monoton wächst bzw. monoton fällt. Geben sie alle lokalen Maxima und Minima der Funktion an.

(a) $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad g(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + 3,$

(b) $g_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad g_1(x) = x^5 - x^3,$

(c) $h : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}; \quad h(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}},$

(d) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad f(x) = \frac{x^2+x}{x^2+1}.$