Mathematik für Studierende der Erdwissenschaften
Übungsblatt 2

Martin Holler und Wolfgang Ring

Bearbeitung bis 17. März 2016

1. Bestimmen sie — falls möglich — die Komposition $g \circ f$ für die folgenden Definitionen der Funktionen f und g. Wenn die Bildung der Komposition nicht möglich ist, begründen sie dies.
   (a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad f(x) = x^2 + 1;\ g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad g(x) = \frac{1}{x^2+1}$.
   (b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad f(x) = x^2 + 1;\ g : [1, \infty) \to \mathbb{R}, \qquad g(x) = \sqrt{x^3 - 1}$.
   (c) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad f(x) = x^2 - 1;\ g : [1, \infty) \to \mathbb{R}, \qquad g(x) = \sqrt{x - 1}$.
2. Finden sie für die gegebene Funktion h jeweils zwei Funktionen f und g, sodass $h = g \circ f$ gilt. Geben sie auch die jeweiligen Definitionsmengen an. (Natürlich ist soll weder f noch g die Identität $f(x) = x$ bwz. $g(y) = y$ sein).
   (a) $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; \qquad h(x) = (x^2 + 2x + 2)^3 + 1$.
   (b) $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; \qquad h(x) = (x^2 + 2x + 2)^{\frac{1}{2}} + 1$.
   (c) $h : [0., \infty) \to \mathbb{R}; \qquad h(x) = (\sqrt{x} + 1)^3$.
   (d) $h : (-\infty, -1) \to \mathbb{R}; \qquad h(x) = \frac{-5}{\sqrt[4]{-1-x}}$.
3. Berechnen sie die Ableitung der folgenden Funktionen! Geben sie jeweils den maximal großen sinnvollen Definitionsbereich der betrachteten Funktion an:
   (a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + \frac{x}{2}$.
   (b) $g(x) = x + \frac{2}{x^2}$
   (c) $h_1(x) = x(x + \frac{1}{x})$. Berechnen sie für diese Aufgabe die Ableitung auf zwei unterschiedliche Arten.
   (d) $h_2(x) = \sqrt{x + 1}\,(x^2 + x)$.
   (e) $K(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$.
4. Bestimmen sie die Steigung der Tangenten und die Tangentengleichungen für die folgenden Funktionen im jeweils angegeben Punkt.
   (a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad f(x) = x^2 + 1, \qquad x_0 = 1$.
   (b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad f(x) = x^2 + 1, \qquad x_0 = 0$.
   (c) $v : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad v(x) = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + x, \qquad x_0 = -1$.
   (d) $B : \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1 \text{ und } x \neq -1\} \to \mathbb{R}, \qquad B(x) = \frac{x}{x^2-1}, \qquad x_0 = -2$.
   (e) $g : (0, \infty) \to \mathbb{R}, \qquad g(x) = \sqrt{2x}, \qquad x_0 = \frac{1}{2}$.