Mathematik für Studierende der Erdwissenschaften
Übungsblatt 1

Martin Holler und Wolfgang Ring

Bearbeitung bis 10 März 2016

1. Geben sie eine möglichst große Definitionsmenge $D \subset \mathbb{R}$ für die folgenden Funktionen an:
   (a) $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2+1}\,x^2$
   (b) $g : D \to \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{x^2-1}\,x^3$
   (c) $h : D \to \mathbb{R}$, $h(x) = \frac{\sqrt{x^3+1}}{x}$
   (d) $v : D \to [0,\infty)$, $v(z) = x^3\sqrt{x^4-1}$
2. Skizzieren sie den Graphen folgender Funktionen:
   (a) $w : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $w(x) = 2x+1$
   (b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x+1)^2$
   (c) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = (x-1)^3+1$
   (d) $h : [0,\infty) \to \mathbb{R}$, $h(x) = 2\sqrt{x}+1$
   (e) $v : (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $v(z) = \frac{2}{z}+2$
3. Welche der folgenden Funktionen ist umkehrbar? Geben sie gegebenenfalls die Umkehrfunktion an. Falls möglich, geben sie eine Einschränkung des Wertebereichs an so dass die Funktion umkehrbar wird.
   (a) Beispiel: $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $u(x) = 2x-1$ ist umkehrbar, die Umkehrfunktion ist $u^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, u^{-1}(x) = \frac{x+1}{2}$
   (b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$
   (c) $g : [1,\infty) \to \mathbb{R}$, $g(x) = 2x^2+1$
   (d) $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h(x) = x^3-2$
   (e) $v : (0,\infty) \to (1,\infty)$, $v(x) = \frac{1}{x}+2$
   (f) $w : [0,\infty) \to [7,\infty)$, $w(x) = \sqrt{x}+7$
4. Funktionsbestimmung:
   (a) Wir werfen eine Kugel aus einer Höhe von 100 Metern senkrecht nach unten. Bei vernachlässigbarem Luftwiderstand kann die Position der Kugel s als quadratische Funktion der Zeit t geschrieben werden, es gilt also $s(t) = ax^2+bx+c$ mit unbekannten Konstanten a, b, c. Angenommen wir haben gemessen dass die Kugel nach einer Sekunde auf 88.2 Metern Höhe ist und nach 2 Sekunden auf 56.8 Metern. Auf welcher Höhe befindet sich die Kugel nach 3 Sekunden? Wann trifft die Kugel am Boden (auf 0 Metern Höhe) auf? Skizzieren sie den Graph der Funktion $s : [0,\infty) \to \mathbb{R}$.
   (b) Bei gegebener Molmasse M, Gaskonstante R und Temperatur T kann die Dichte ρ eines idealen Gases als Funktion des Druckes p beschrieben werden. Es gilt $\rho(p) = \frac{Mp}{RT}$. Angenommen bei einem Druck von 10^3 hPa beträgt die Dichte 1.29 kg/m^3. Wie groß ist die Dichte bei einem Druck von 1200 hPA? Skizzieren sie den Graphen der Funktion $\rho : (0,\infty) \to \mathbb{R}$.
   (c) In obiger Situation nehmen wir nun an, dass der Druck konstant ist und die Temperatur variiert. Die Dichte kann also als Funktion der Temperatur geschrieben werden: $\rho(T) = \frac{Mp}{RT}$. Wir wissen, dass Luft bei 273° Kelvin eine Dichte von 1.29 kg/m^3 hat. Wie groß ist die Dichte bei ca. -20° Celsius, also 253° Kelvin. Skizzieren sie den Graphen der Funktion $\rho : (0,\infty) \to \mathbb{R}$.