

# Mathematik für Studierende der Erdwissenschaften

## Übungsblatt 4

Martin Holler und Wolfgang Ring

Bearbeitung bis 11. November 2014

1. Bestimmen sie die Ableitung folgender Funktionen ( $\exp(x) = e^x$ ):

(a)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (\exp(2x - 1) + 4)^2$

(b)  $g : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = -2x \exp(\frac{2x-1}{x^3})$

2. Lösen sie folgende Anfangswertprobleme:

(a) Suche  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $\begin{cases} f'(x) = \frac{f(x)}{3} \\ f(1) = 3 \end{cases}$

(b) Suche  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $\begin{cases} f'(x) = \exp(4x) - 2 \\ f(1) = -2 \end{cases}$

(c) Suche  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $\begin{cases} f'(x) = 3f(x) - 1 \\ f(0) = -1 \end{cases}$

3. Wir betrachten die Fallbewegung eines Balles (mit Masse 1) unter Einbeziehung des Luftwiderstandes. Vereinfachend kann man nach dem Kraftgesetz annehmen, dass die Änderung der Geschwindigkeit des Balles gleich der Summe aus Erdbeschleunigung ( $\approx 10$ ) und Luftwiderstand ist. Weiters nehme wir nach dem Stokes'schen Widerstandsgesetz an, dass der Widerstand gleich -5 mal der Geschwindigkeit ist. Die Anfangsgeschwindigkeit ist 0.

(a) Formulieren sie ein Anfangswertproblem, dessen Lösung die Geschwindigkeit des Balles ist.

(b) Lösen sie das Anfangswertproblem.

(c) Zeichnen sie den Graphen der Lösung

(d) Angenommen der Ball wird aus einer Höhe von 100m fallen gelassen. Wir wissen, dass die Geschwindigkeit die Ableitung des zurückgelegten Weges nach der Zeit ist. Berechnen sie mit Hilfe der Lösung die Höhe des Balles nach einer Sekunde.