

Mathematik für Studierende der Erdwissenschaften

Übungsblatt 1

Martin Holler und Wolfgang Ring

Bearbeitung bis 21. Oktober 2014

- Geben sie eine möglichst große Definitionsmenge $D \subset \mathbb{R}$ für die folgenden Funktionen an:
 - $f : D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 + 1} x^2$
 - $g : D \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \sqrt{x^2 - 1} x^3$
 - $h : D \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \frac{\sqrt{x^3 + 1}}{x}$
 - $v : D \rightarrow [0, \infty), v(z) = x^3 \sqrt{x^4 - 1}$
- Welche der folgenden Funktionen ist umkehrbar? Geben sie gegebenenfalls die Umkehrfunktion an.
 - Beispiel: $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, u(x) = 2x - 1$ ist umkehrbar, die Umkehrfunktion ist $u^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, u^{-1}(x) = \frac{x+1}{2}$
 - $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3$
 - $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 2x^2 + 1$
 - $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = x^3 - 2$
 - $v : (0, \infty) \rightarrow (2, \infty), v(x) = \frac{1}{x} + 2$
 - $w : [0, \infty) \rightarrow [7, \infty), w(x) = \sqrt{x} + 7$
- Skizzieren sie den Graphen folgender Funktionen:
 - $w : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, w(x) = 2x + 1$
 - $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x + 1)^2$
 - $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = (x - 1)^3 + 1$
 - $h : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = 2\sqrt{x} + 1$
 - $v : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, v(z) = \frac{2}{z} + 2$
- Funktionsbestimmung:
 - Wir werfen eine Kugel aus einer Höhe von 100 Metern senkrecht nach unten. Bei vernachlässigbarem Luftwiderstand kann die Position der Kugel s als quadratische Funktion der Zeit t geschrieben werden, es gilt also $s(t) = at^2 + bt + c$ mit unbekanntem Konstanten a, b, c . Angenommen wir haben gemessen dass die Kugel nach einer Sekunde auf 88.2 Metern Höhe ist und nach 2 Sekunden auf 56.8 Metern. Auf welcher Höhe befindet sich die Kugel nach 3 Sekunden? Wann trifft die Kugel am Boden (auf 0 Metern Höhe) auf? Skizzieren sie den Graph der Funktion $s : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$.
 - Bei gegebener Molmasse M , Gaskonstante R und Temperatur T kann die Dichte ρ eines idealen Gases als Funktion des Druckes p beschrieben werden. Es gilt $\rho(p) = \frac{Mp}{RT}$. Angenommen bei einem Druck von 10^3 hPa beträgt die Dichte 1.29 kg/m^3 . Wie groß ist die Dichte bei einem Druck von 1200 hPa? Skizzieren sie den Graphen der Funktion $\rho : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$.
 - In obiger Situation nehmen wir nun an, dass der Druck konstant ist und die Temperatur variiert. Die Dichte kann also als Funktion der Temperatur geschrieben werden: $\rho(T) = \frac{Mp}{RT}$. Wir wissen, dass Luft bei 273° Kelvin eine Dichte von 1.29 kg/m^3 hat. Wie groß ist die Dichte bei ca. -20° Celsius, also 253° Kelvin. Skizzieren sie den Graphen der Funktion $\rho : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$.