Proseminar Optimierung I, SS 2003

6. Übungsblatt

auszuarbeiten bis 14.5.2003

---

1. Seien $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ und $\{x^k\} \subset \mathbb{R}^n$ mit $\lim_{k\to\infty} x^k = x^*$. Zeige: Ist f zweimal stetig differenzierbar, dann gilt
$$\|\nabla f(x^k) - \nabla f(x^*) - \nabla^2 f(x^k)(x^k - x^*)\| = o(\|x^k - x^*\|).$$
Ist zudem $\nabla^2 f$ lokal Lipschitz-stetig, so gilt
$$\|\nabla f(x^k) - \nabla f(x^*) - \nabla^2 f(x^k)(x^k - x^*)\| = \mathcal{O}(\|x^k - x^*\|^2).$$

2. Seien $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbar und $\{x^k\} \subset \mathbb{R}^n$ mit $\lim_{k\to\infty} x^k = x^*$ ($x^k \neq x^* \forall k$) und $\nabla^2 f(x^*)$ regulär. Dann gilt "$x^k \to x^*$ q-superlinear mit $\nabla f(x^*) = 0$" impliziert
$$\|\nabla f(x^k) + \nabla^2 f(x^*)(x^{k+1} - x^k)\| = o(\|x^k - x^{k+1}\|).$$

3. Zeige, dass auch die umgekehrte Implikation in (2) gilt.

4. Versuche durch eine geschickte Wahl von positive definiten Diagonalmatrizen D^k mit $c_1\|x\|^2 \leq x^T D^k x \leq c_2\|x\|^2$, $0 < c_1 \leq c_2$, und die Wahl $d^k = -D^k \nabla f(x^k)$, das Verfahren von Übung 4 für $f(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$ zu beschleunigen.