**LAK-ComputerMathematik**

Projekt **GJ-4**

**Gauß-Verfahren**

Stand: 19. Oktober 2026, 13:36

Betreuer des Projektes: G. Jankowiak (`gaspard.jankowiak@uni-graz.at`)

Konsultationen zum Projekt: nach Terminvereinbarung (E-mail)

**Gauß-Verfahren**:

Das Ziel dieses Projekts ist die Implementierung des Gauß-Verfahrens für die Lösung von Systemen linearer Gleichungen. Wir betrachten das folgenden Algorithmus:

**Gauss-(Jordan)-Verfahren mit Zeilenpivotisierung**

```
1  % r ist der Zeilenindex des zuletzt gefundenen Pivots.
2  r = 0
3  % j durchläuft alle Spaltenindizes.
4  for j = 1 to m
5      suche max(|M(i,j)|) mit r + 1 ≤ i ≤ n und definiere k als Zeilenindex des Maximums
6      % M(k,j) ist das Pivot-Element.
7      if M(k,j) ≠ 0 then
8          % M(k,j) bezeichnet den Wert in Zeile k und Spalte j.
9          r = r + 1 % r ist der Index der zukünftigen Pivot-Zeile.
10         % Normierung der Pivot-Zeile, sodass das Pivot den Wert 1 annimmt:
11         teile die Zeile k durch M(k,j)
12         if k ≠ r then
13             % Die Pivot-Zeile wird an Position r gebracht
14             vertausche die Zeilen k und r
15         end if
16         % Vereinfachung der übrigen Zeilen
17         for i = 1 to n
18             if i ≠ r then
19                 subtrahiere von Zeile i die Zeile r multipliziert mit M(i,j)
20             end if
21         end for
22     end if
23 end for
```

1. Schreiben Sie eine Funktion `gauss_verfahren`, die eine Matrix $M$ annimmt, das Gauß-Verfahren darauf anwendet und die resultierende Matrix zurückgibt.

   Die Funktion sollte möglichst genau die oben angegebene Struktur folgen.

   Beachten Sie, dass die Bedingung auf Zeile 7 an Gleitkommazahlen angepasst werden muss.

   Die entsprechenden Matrix und Vektor sollten nach jedem Schritt (Zeile 19) ausgegeben werden.

2. Seien $A$ eine quadratische Matrix und $b$ ein Spaltenvektor.

   Definiere $(\tilde{A}|\tilde{b}) :=$ `gauss_verfahren`$((A|b))$, wobei $(A|b)$ und $(\tilde{A}|\tilde{b})$ die *erweiterten Matrizen* [1] entsprechen.

   - Wie kann man anhand $(\tilde{A}|\tilde{b})$ prüfen, ob $A$ invertierbar ist?
   - Wenn $A$ invertierbar ist, was ist die Lösung der Gleichung $Ax = b$?

3. Schreiben Sie eine Funktion `solve_gauss` mit Parameter `A` und `b`, die die Lösung der obigen Gleichung, falls $A$ invertierbar ist, und die leere Matrix sonst, zurückgibt. Prüfen Sie diese Funktion mit einem einfachen Beispiel und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem von der "backslash" Funktion (\).

[1] `https://de.wikipedia.org/wiki/Erweiterte_Matrix`