

Stand:

23. Dezember 2025, 14:41

Betreuer des Projektes:

G. Jankowiak (gaspard.jankowiak@uni-graz.at)

Konsultationen zum Projekt:

nach Terminvereinbarung (E-mail)

Gauß-Verfahren:

Das Ziel dieses Projekts ist die Implementierung des Gauß-Verfahrens für die Lösung von Systemen linearer Gleichungen. Wir betrachten das folgenden Algorithmus:

Gauss-(Jordan)-Verfahren mit Zeilenpivotisierung

```

1  % r ist der Zeilenindex des zuletzt gefundenen Pivots.
2  r = 0
3  % j durchläuft alle Spaltenindizes.
4  for j = 1 to m
5      suche max(|M(i,j)|) mit  $r + 1 \leq i \leq n$  und definiere k als Zeilenindex des Maximums
6      % M(k,j) ist das Pivot-Element.
7      if M(k,j) ≠ 0 then
8          % M(k,j) bezeichnet den Wert in Zeile k und Spalte j.
9          r = r + 1 % r ist der Index der zukünftigen Pivot-Zeile.
10         % Normierung der Pivot-Zeile, sodass das Pivot den Wert 1 annimmt:
11         teile die Zeile k durch M(k,j)
12         if k ≠ r then
13             % Die Pivot-Zeile wird an Position r gebracht
14             vertausche die Zeilen k und r
15         end if
16         % Vereinfachung der übrigen Zeilen
17         for i = 1 to n
18             if i ≠ r then
19                 subtrahiere von Zeile i die Zeile r multipliziert mit M(i,j)
20             end if
21         end for
22     end if
23 end for

```

1. Schreiben Sie eine Funktion `gauss_verfahren`, die eine Matrix M annimmt, das Gauß-Verfahren darauf anwendet und die resultierende Matrix zurückgibt.

Die Funktion sollte möglichst genau die oben angegebene Struktur folgen.

Beachten Sie, dass die Bedingung auf Zeile 7 an Gleitkommazahlen angepasst werden muss.

Die entsprechenden Matrix und Vektor sollten nach jedem Schritt (Zeile 19) ausgegeben werden.

2. Seien A eine quadratische Matrix und b ein Spaltenvektor.

Definiere $(\tilde{A}|\tilde{b}) := \text{gauss_verfahren}((A|b))$, wobei $(A|b)$ und $(\tilde{A}|\tilde{b})$ die *erweiterten Matrizen*¹ entsprechen.

- Wie kann man anhand $(\tilde{A}|\tilde{b})$ prüfen, ob A invertierbar ist?
- Wenn A invertierbar ist, was ist die Lösung der Gleichung $Ax = b$?

3. Schreiben Sie eine Funktion `solve_gauss` mit Parameter `A` und `b`, die die Lösung der obigen Gleichung, falls A invertierbar ist, und die leere Matrix sonst, zurückgibt. Prüfen Sie diese Funktion mit einem einfachen Beispiel und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem von der “backslash” Funktion (`\`).

¹https://de.wikipedia.org/wiki/Erweiterte_Matrix