

## Übungsprogramm Newton-Algorithmus

Stand:

16. Oktober 2023, 10:38

Betreuer des Projektes: Stefan Rosenberger, stefan.rosenberger@uni-graz.at

Konsultationen zum Projekt: nach Terminvereinbarung (E-mail)

### Übungsprogramm um den Newton-Algorithmus darzustellen:

Der Newton-Algorithmus war vor der Zentralmatura<sup>1</sup> ein Musterbeispiel bei der Matura. Der Algorithmus ist eine effiziente Methode um die Nullstellen von Funktionen zu finden.

Sei  $f \in C^1(\mathbb{R})$  eine reelle differenzierbare Funktion. Die Folge

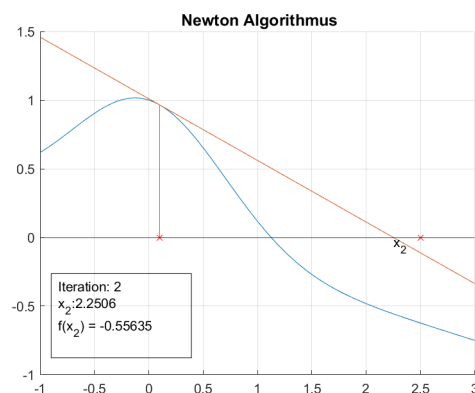
$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

definiert den Newton-Algorithmus.

Die Idee des Newton-Algorithmus ist es, dass an jeder Stelle  $x_n$  die Tangente an  $f(x_n)$  gelegt wird, und die Nullstelle der Tangente der nächste Iterations-Punkt ist.

Vorgehen:

- Initialisieren Sie eine symbolische Variable  $x$  und eine Funktion (z.B.:  $f(x) = e^{-x^2} - \frac{x}{4}$ ).
- Bestimmen Sie die Ableitung von  $f$  und definieren Sie einen Startwert  $x_0$  (z.B.:  $x_0 = 2,5$ ).
- Berechnen Sie nun die Folgenglieder iterativ. Wählen Sie hierfür ein passendes Abbruchkriterium (z.B.:  $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon$  mit geeignetem  $\varepsilon$ ).<sup>2</sup>
- Stellen Sie nun die Folge iterativ dar. Zeichnen Sie dazu die Tangente an  $f(x_n)$ .
- Markieren Sie nun die Nullstelle der Tangente als nächsten Iterationspunkt.
- Eine mögliche Darstellung kann folgende Form haben.



- Wählen Sie einen Startpunkt, mit dem der Newton-Algorithmus ein Problem hat! Erklären Sie das Problem!

<sup>1</sup>Er wird teilweise in HTL's noch gelehrt, und insbesondere ist dieser ein Kandidat, welcher wieder in das *Repertoire* der Matura mitaufgenommen werden kann.

<sup>2</sup>Hinweis: Wenn Sie in Ihrem Algorithmus die neu berechneten Werte  $x_{n+1}$  mit `eval` approximieren lassen wird Matlab **markant** schneller! Warum ist das so? Versuchen Sie eine Erklärung zu formulieren, welche auch für einen Schüler nachvollziehbar ist!

Bonuspunkte:

- Verallgemeinern Sie Ihr Programm so, dass der Algorithmus in eine Matlab-Funktion ausgelagert ist, und Sie das Programm wiederholt für verschiedene Funktionen  $f$  ausführen können.

Hinweise: `syms`, `diff`, `pause`, `delete`