

## Reihenentwicklung

Stand:

9. Jänner 2023, 11:13

Betreuer des Projektes: Prof.Dr. G. Haase, `gundolf.haase@uni-graz.at`

Konsultationen zum Projekt: nach Terminvereinbarung (E-mail) im Raum 506, Heinrichstr. 36

(Mittwoch bevorzugt)

**Reihenentwicklung:** Entwerfen und schreiben Sie **zwei** Funktionen, welche die Reihenentwicklung für  $\ln x$ ,  $x > 0$

$$\begin{aligned} \ln x \approx t(x, n) &:= 2 \sum_{k=0}^n \frac{(x-1)^{2k+1}}{(2k+1)(x+1)^{2k+1}} \\ &= 2 \left[ \frac{x-1}{x+1} + \frac{(x-1)^3}{3(x+1)^3} + \frac{(x-1)^5}{5(x+1)^5} + \dots + \frac{(x-1)^{2n+1}}{(2n+1)(x+1)^{2n+1}} \right] \end{aligned} \quad (1)$$

in einem gegebenen Punkt  $x$  berechnen.

1. Funktion `reihe_a` zur Berechnung des Wertes  $t(x, n)$  für Input-Parameter  $x$ ,  $n$  mittels eines FOR-Loops.
2. **Visualisieren** Sie im Intervall  $[0.01, 20]$  die Funktion  $\ln(x)$  und deren Approximationen  $t(x, n)$  für  $n = 1, 2, 3, 6, 12$ , d.h. mittels `reihe_a`.
3. Berechnen Sie für  $x = 14.7$  den Fehler  $|\ln(x) - t(x, n)|$  der Reihenentwicklung  $t(x, n)$  zur exakten Funktion  $\ln(x)$ .  
Plotten Sie diesen Fehler mit  $n$  als Abszisse und dem Fehler als Ordinate. Warum ist die Verwendung des speziellen Matlab-Befehls `semilogy` zum Plotten hier von Vorteil?
4. Funktion `reihe_b` zur Berechnung des Wertes  $t(x, \delta)$  für Input-Parameter  $x$ ,  $\delta$  mittels eines WHILE-Loops. Hierbei sollen Sie die Summation in (1) solange fortführen wie der Absolutbetrag des neuen Summanden größer als  $\delta$  ist. Als Output liefert diese Funktion den approximierten Funktionswert  $ta$  und den Index das letzten, berücksichtigten Reihengliedes  $na$  (Abbruchindex) zurück.  
Die Konstrukte `break`, `continue`, `goto`, `return` sind nicht erlaubt.  
Wählen Sie selbständig Testdaten aus ( $\delta \leq 10^{-5}$ ) und kontrollieren Sie die Korrektheit der Berechnungen.
5. **Visualisieren** für ein fixes  $\delta = 10^{-5}$  die Änderung des Abbruchindex  $na$  vom Argument  $x \in [0.01, 20]$ , also  $na(x)$  mittels der Funktion `reihe_b`.
6. Der Code sollte im Unterricht einsetzbar sein.

Hinweise: `plot`, `semilogy`, `linspace`, `figure`, `subplot`, `legend`, `title`