

LAK-ComputerMathematik WS 20/21
3. Computerpraktikum zum Abgabetermin 18.1.2021, 23:55

13. Zuerst ein wenig Mathematik:

Die **Drehung** eines Punktes/Ortsvektors $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ mit dem Winkel φ um den 2D-Koordinatenursprung (0,0) wird durch die Matrix-Vektor-Multiplikation

$$\vec{x}_{new} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}_{2 \times 2} * \vec{x} \quad (1)$$

beschrieben.

Das **Verschieben** eines Punktes \vec{x} um einen Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ wird durch die Vektoraddition

$$\vec{x}_{new} = \vec{x} + \vec{v} \quad (2)$$

ausgedrückt.

_____ nun zur Aufgabe _____
 Gegeben sei das aus den Punkten (-2.5, 0.5), (3, -2), (2, 0.5) und (-1, 2) bestehende Viereck.

- (a) Zeichnen Sie das gegebene Viereck.
- (b) Stellen Sie (in derselben Graphik) das zuerst mit 210 Grad mathematisch positiv um den Koordinatenursprung gedrehte und dann mit dem Vektor $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ verschobene Viereck graphisch dar.
- (c) Stellen Sie (in derselben Graphik), ausgehend vom gegebenen Viereck, das mit dem Vektor $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ verschobene und dann mit 210 Grad um den Koordinatenursprung gedrehte Viereck in derselben Graphik dar.

Hinweis: Die MatLab-Funktion `plot(x, y)` zeichnet stets den Polygonzug

$$(x_1, y_1) \rightarrow (x_2, y_2) \rightarrow \cdots \rightarrow (x_n, y_n) .$$

Um einen geschlossenen Polygonzug zu erhalten muß daher der letzte Punkt wieder der erste sein (alternativ kann auch `fill` verwendet werden).

Hinweis: Sie können die Koordinaten so als eine Matrix x speichern, daß die Matrizen in Gleichung (??) kompatibel sind und sich alle Koordinaten mit einer Matrixoperation transformieren lassen. Siehe auch valide MATLAB-Befehlsfolge¹.

14. Berechnen Sie die Summe der Kubikzahlen der ersten n natürlichen Zahlen ($n=12, 51, 199$) mittels $s = \sum_{k=1}^n k^3$ (jeweils für $n=12, 51, 199$) mittels
- (a) eines FOR-Loops
 - (b) ohne FOR-Loops mit `sum` oder `cumsum`
 - (c) vergleichen Sie die Ergebnisse, u.a., indem Sie die entsprechende Summenformel im Internet finden (oder beweisen).
 - (d) Berechnen Sie die Summe der ersten n geraden Kubikzahlen.
 Wie lautet diesmal die Summenformel?

15. Zwei Primzahlen p und q werden als Primzahlzwillinge bezeichnet falls $q = p + 2$ gilt. Bestimmen Sie alle Primzahlzwillinge zwischen 2021 und 2525.

Hinweise:

- Schauen Sie sich die Matlabfunktionen `primes` und `isprime` an.
- Sie werden einen/mehrere FOR/WHILE-Loops zusammen mit der Alternatice (IF) benötigen.
- Man kann die Primzahlzwillinge auch mit reinen Vektoroperationen bestimmen (fakultativ).

¹https://de.mathworks.com/help/matlab/ref/plus.html#expand_panel_body_bu90zu2

16. Benutzen Sie in a)-b) das symbolische Matlab-Paket (z.B., `solve`,...) oder das numerische Paket (z.B., `vpasolve`, `fzero`, `roots`), sowie `int`, `diff` in d)-f) um folgende Aufgaben zu bearbeiten:

- (a) Lösen Sie $x^3 + 118 * x^2 - 2029 * x - 4522 = 0$ numerisch und symbolisch (`syms`, `solve`).
(Tip: Plotten Sie die Funktion, um die Werte der Nullstellen abzuschätzen.)
- (b) Lösen Sie $x^2 = 10 * \sin(x) - 2$ sowohl symbolisch als auch numerisch (`vpasolve`, `fzero`).
Haben sie alle Lösungen ermittelt?
- (c) Lösen Sie folgendes Gleichungssystem mittels der symbolischen Funktion `solve` nach x, y auf:

$$\begin{aligned} 4x - 3y &= 16 \\ 3x + 5y &= -9 \end{aligned}$$

Berechnen Sie ebenfalls die Lösung, wenn die erste Gleichung in $4x - 3y = 16 + c$ geändert wird.

- (d) Berechnen Sie $\int e^{-x}(x^2 - 1) \sin(x) dx$.
- (e) Berechnen Sie $\int_{-5}^7 e^{-x}(x^2 - 1) \sin(x) dx$.
- (f) Berechnen Sie die erste und zweite Ableitung von
 - $f(x) = \frac{\ln(a-x)}{x}$ und von
 - $g(x) = \frac{x + x \cos(x)}{2e^x - \ln(x)}$.
- (g) Nutzen Sie `limit` und berechnen Sie $\lim_{x \rightarrow \infty} g''(x)$.

Hinweis: Mit dem Funktion `matlabFunction` können Sie einen symbolischen Ausdruck in eine Funktion umwandeln und dann, z.B., in `fzero` verwenden.

Hinweis zu Octave: Um das symbolische Paket im Skript nutzen zu können ist an dessen Anfang die Anweisung `pkg load symbolic` zu setzen.

Ein für Matlab und Octave geeignetes Skript sollte folgende Zeilen einbinden:

```
isOctave = exist('OCTAVE_VERSION', 'builtin') ~= 0;
if (isOctave)
    pkg load symbolic
end
```

Hinweise: `syms`, `solve`, `roots`, `int`, `diff`, `limit`, `sum`, `symsum`, `primes`, `isprime`, `factor`, `plot`.

Abgabe der Lösungen:

Die Abgabe der Lösungen (*.m-Files und Grafiken) muß über Moodle². erfolgen.

Die Filenamen **müssen** dem Schema `bsp_nummer`, gefolgt von der Filextension, entsprechen. Andere Filebezeichner zählen nicht als abgegebene Files.

Abzugebende Files (auch als ein zip-File möglich):

`bsp_13.m`, `bsp_13.jpg`
`bsp_14.m`
`bsp_15.m`
`bsp_16.m`