ComputerMathematik WS 20/21
6. Computerpraktikum zum Abgabetermin 14.12.2020, 23:59

Ein paar Richtlinien für die Abgabe der `Sage`-Aufgaben[1]:

- Abgabe ausschließlich als `Sage`-Worksheet (`.sws`) oder jupyter-Notebook (`.ipynb`)

  Dazu `Sage` mit

  `sage --notebook sagenb` (nur `Sage` v8)

  bzw.

  `sage --notebook jupyter`

  starten.

  Vor allem **nicht** die `SageMathCloud` verwenden!

  Dieses Dateiformat ist mit der von uns verwendeten Version nicht kompatibel!

- `Sage` ist ein interaktives Programm und die Programmierung von Ausgaberoutinen entfällt. Die Ergebnisse sollen in Variablen oder Listen abgespeichert werden und nicht mit Befehlen wie print oder printf ausgegeben werden.

- Wenn ein Objekt `a` den Typ `foo` hat, dann wird die Methode `.bar` nicht mit `foo.bar(a)` aufgerufen, sondern mit `a.bar()`. Die Onlinehilfe zur Methode ist aber sowohl mit `foo.bar?` als auch mit `a.bar?` zugänglich.

☯ ☯ ☯

27. Installieren Sie `Sage` (Version 8) und starten Sie die Notebookumgebung. Alternativ kann auch der `Sage`-Server[2] der TU benutzt werden. Erstellen Sie ein neues Worksheet und führen Sie die folgenden Experimente durch.

    (a) Finden Sie möglichst viele Kombinationen $x \circ y$, die zu keiner Fehlermeldung führen, wobei

    $$x \in \{3, \texttt{"a"}, \texttt{pi.n()}, \texttt{[1,2,3]}\}, \qquad \circ \in \{\texttt{+}, \texttt{*}\}, \qquad y \in \{1/2, \sqrt{2}, \texttt{"b"}, \texttt{[3,5]}\}.$$

    Bestimmen Sie jeweils den Typ (`parent`) des Ergebnisses.

    Kommentieren Sie die Beobachtungen und Unterschiede zu herkömmlichen Taschenrechnern mit der Editierfunktion.

    (b) Untersuchen Sie die folgenden Eingaben und erklären Sie den Unterschied.

`r1 = range(10)`
`a = r1[6]`
`a.is_prime()`
	`r2 = srange(10)`
	`a = r2[6]`
	`a.is_prime()`

[1] "Ich weiß schon, meine Damen und Herren, das alles ist sehr kompliziert." (Bundeskanzler F. Sinowatz, Regierungserklärung 1983)

[2] `https://sage.tugraz.at` mit den Zugangsdaten aus TUGRAZonline

28. Finden Sie das Datum des 7. Vollmonds nach Ihrem eigenen Geburtstag heraus. Berechnen Sie (nachvollziehbar) die Anzahl der Tage, die seit der Erschaffung der Welt[3] bis zu diesem Tag vergangen sind und speichern Sie diese Zahl in der Variable n. Untersuchen Sie diese Zahl auf interessante Eigenschaften, beispielsweise:

    - Handelt es sich um eine Primzahl?
    - Welche Primfaktoren hat sie? Sind darunter mehrfache Primfaktoren?
    - Gibt es gemeinsame Primfaktoren mit der Zahl 2020?
    - Wie weit sind die nächstgelegenen Primzahlen entfernt?
    - Wieviele dezimale und binäre Ziffern hat die Zahl?
    - Wie sehen die dezimale und binäre Quersumme (Summe der Ziffern) aus?
    - Berechnen Sie die Summe der Teiler von n.
    - Ist $\sqrt{n}$ rational oder irrational?
    - Welche Rechenoperationen kann man mit einer Zahl dieser Größe noch ausführen? 2^n? 2^{2^n}? $n!$? n^n? (Berechnungen notfalls via $\boxed{\text{Action}}$ → *Interrupt* unterbrechen).

    Die Berechnungen sind so anzustellen, daß sie ohne weitere Änderungen auch nach Einsetzen beliebiger anderer Werte für n fehlerfrei ablaufen.

    Hinweise:

    `is_prime`, `factor`, `list`, `gcd`, `next_prime divisors`, `.str(base=k)`, `.digits()`, `sum`.

29. Werten Sie beide Seiten der Identität (warum?)

    $$\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} = \frac{2x}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$$

    numerisch für $x = 10^{-12}, 10^{-13}, \ldots, 10^{-16}$ und verschiedene Werte von `precision` aus und erklären Sie das Ergebnis. Mit wievielen Bits muß jeweils gerechnet werden, um ein gutes Ergebnis zu erhalten?

30. (a) Bestimmen Sie die 9294. Nachkommastelle der Zahl $\xi = 7 * e^{12} + 2020 * \pi$ und speichern Sie diese in einer Variable vom Typ `ZZ` ab.

    (b) Berechnen Sie eine Statistik der ersten 10000 Nachkommastellen dieser Zahl.

    Hinweis: Je nach verwendeter Methode können dabei folgende Befehle hilfreich sein:

    `Expression.n(...)`, `.integer_part()`, `Integer.digits()`, `List.count`; `str`, `str.count`.

31. Bestimmen Sie für die Folge

    $$a_n = \frac{(n-1)(n^2-1)}{(2n+1)(3n^2+1)}$$

    zu jedem $\epsilon \in \{10^{-3}, 10^{-4}, \ldots, 10^{-6}\}$ jeweils die kleinste positive Zahl n_ϵ, sodaß $\left|a_n - \frac{1}{6}\right| < \epsilon$ für alle $n > n_\epsilon$ gilt.

Abgabe der Lösungen:

Die Abgabe der Lösungen (`*.m`-Files und Grafiken) muß über Kreuzlliste[4] erfolgen.

Die Filenamen **müssen** dem Schema `bsp_nummer`, gefolgt von der Filextension, entsprechen. Andere Filebezeichner zählen nicht als abgegebene Files.

Abzugebende Files (auch als ein zip-File möglich):
`bsp_27.sws`, `bsp_28.sws`, `bsp_29.sws`, `bsp_30.sws`, `bsp_31.sws`.

[3] Das Datum derselben ist einer der unter `https://de.wikipedia.org/wiki/Annus_Mundi` angegebenen Varianten zu entnehmen.

[4] `http://imsc.uni-graz.at/haasegu/Lectures/CompMath/Modus_WS_20.html`