Computermathematik

Sage 0

Franz Lehner

20.11.2026

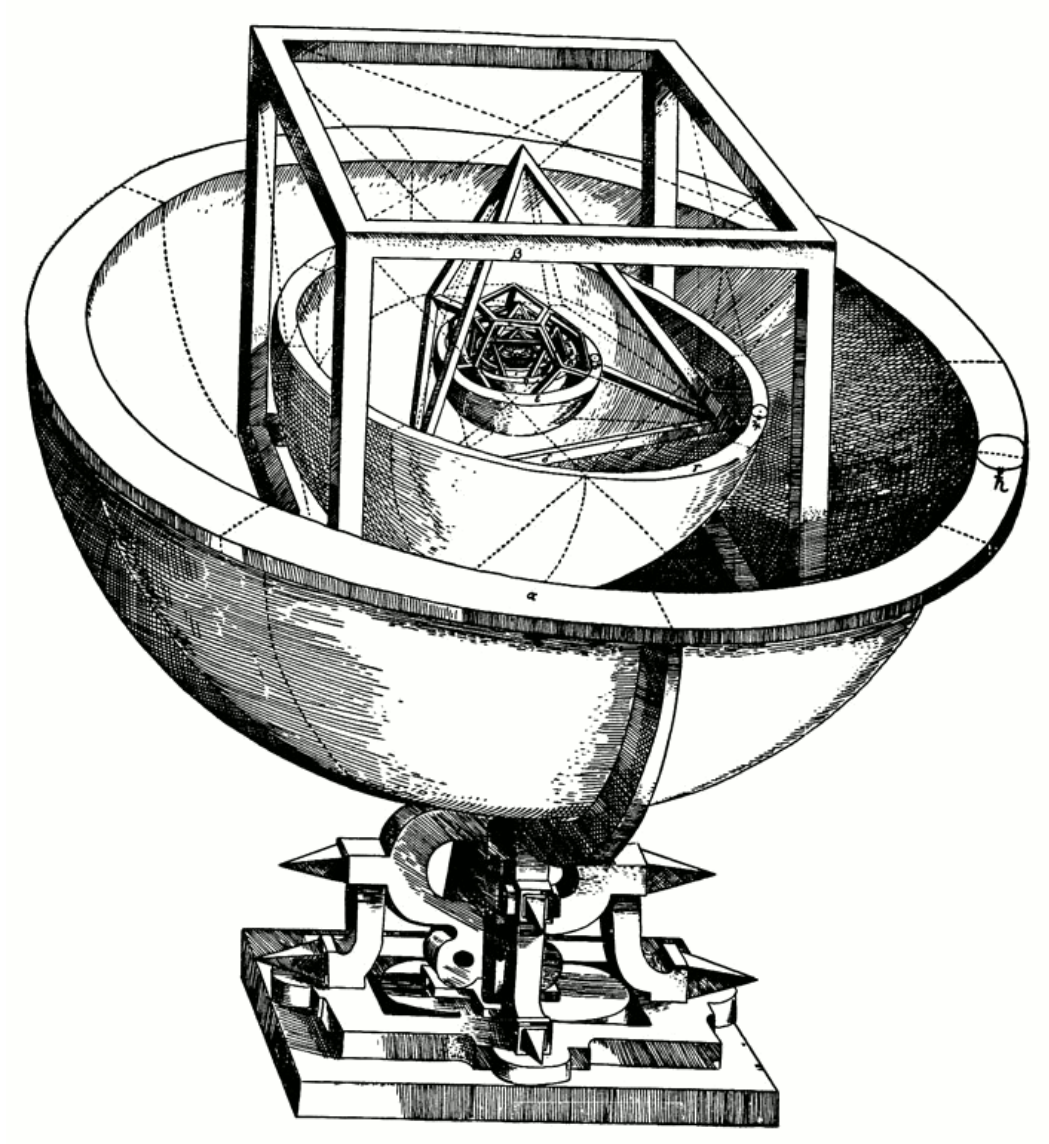
Zur Einstimmung:
Was heißt und zu welchem Ende studiert man Universalgeschichte?
Friedrich Schiller, Antrittsrede, Jena am 26.Mai 1789

Imo uti non quaerimus, qua spe commodi cantillet anvicula, cum sciamus inesse voluptatem in cantu, propterea, quia ad cantum istum facta est: ita nec hoc quaerendum, cur mens humana tantum sumat laboris in perquirendis hisce coelorum arcanis.

Niemand fragt die Vögel, warum sie singen, denn wir wissen, daß ihnen der Drang zum Singen angeboren ist und sie zum Singen geschaffen sind; ebenso erübrigt sich die Frage, warum der menschliche Geist soviel Mühe auf sich nimmt, die Geheimnisse des Himmels zu durchforschen.



Johannes Kepler
(27.12.1571 (14:37 LMT)
– 15.11.1630)



Mysterium Cosmographicum, Graz 1596

Apices Logistici, Justo Byrgio, multis annis ante editionem Nepeiranam, viam praeiveront ad bos ipsissimos logarithmos, etsi homo cunctator, et secretorum suorum custos, foetum in partu destituit, non ad usos publicos educavit.

Die "apices logistici" führten Jost Bürgi auf die Spur dieser selben Logarithmen viele Jahre bevor Napiers System erschien; aber weil er ein zögerlicher Mensch war, und Hüter seiner Geheimnisse, hat er sein Kind bei der Geburt im Stich gelassen und nicht zum allgemeinen Nutzen erzogen.

J.Kepler, *Tabulae Rudolphinae, 1627*



wikimedia

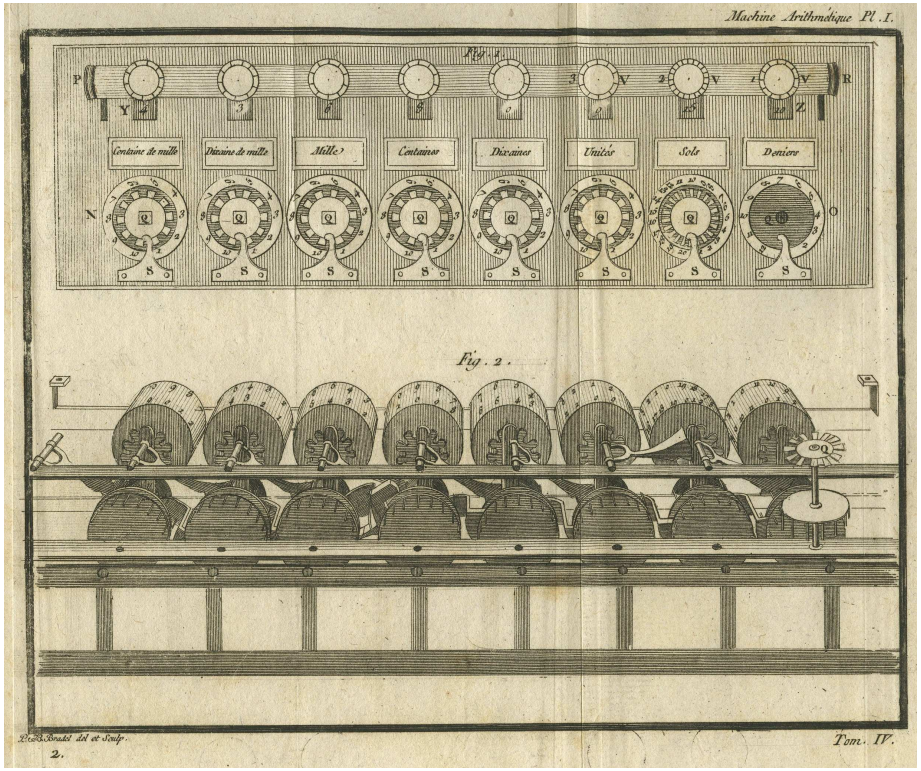
John Napier
(1.2.1550 – 4.4.1617)

Tempora non mutantur

... in crassa uersantur rerum omnium ignorantia, et à grandi barbarie occupata sunt illorum iudicia: propterea literas oderunt, et neminem minus curant, quam homines doctos et disciplinarum liberalium scientia celebres.

.. sie verkehren in krasser Ignoranz aller Dinge, und von großer Unbildung sind ihre Urteile beherrscht: daher hassen sie die Schriften und haben für niemanden weniger Achtung, als für gelehrte und wegen ihrer Kenntnis der freien Künste gefeierte Menschen.

Colmann Zehentmair über die herrschende Oberschicht in diesem Land, Brief an Kepler vom 24.12.1598



Ezrdr @ wikipedia

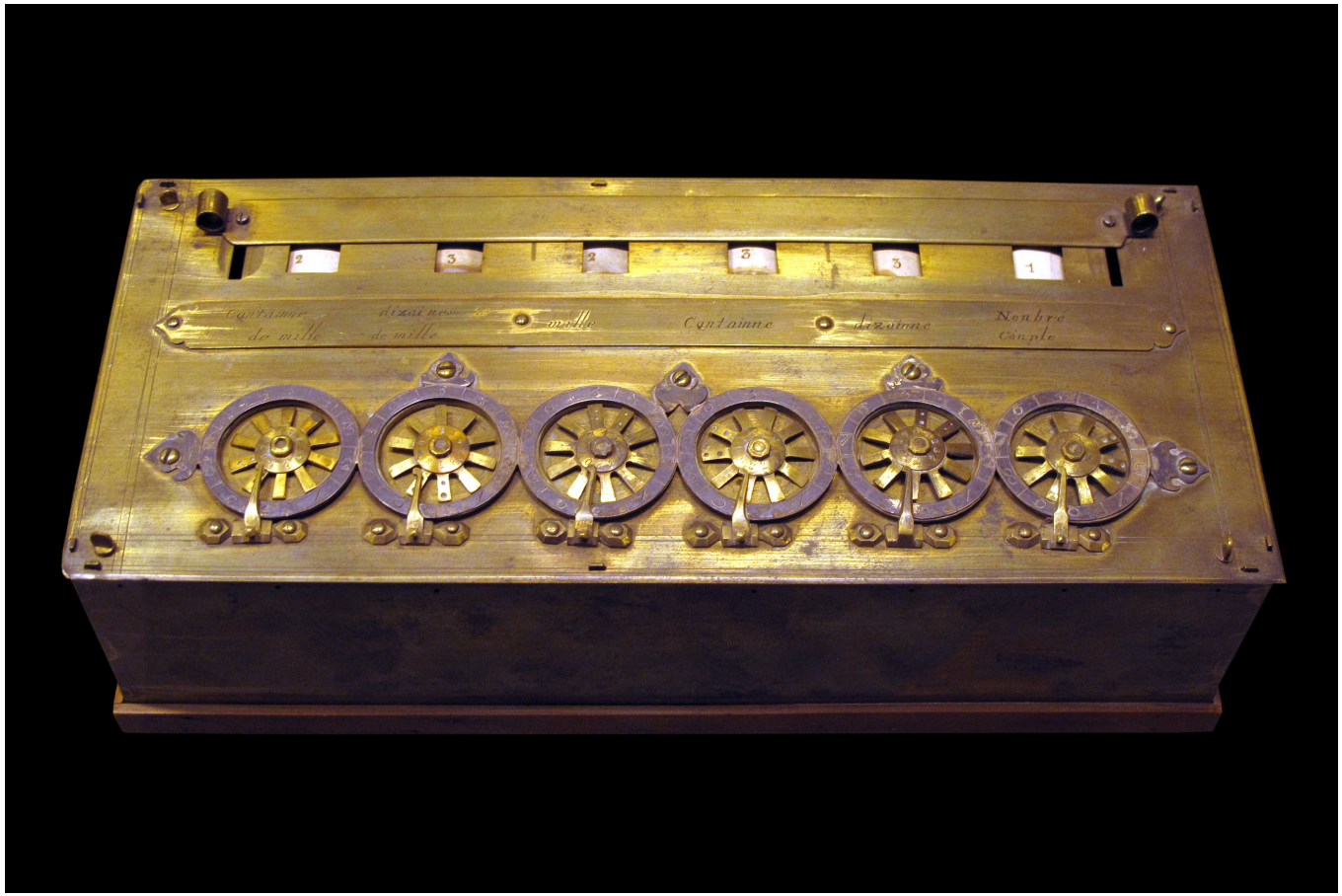
Ces machines sont coûteuses, un peu embarrassantes par le volume, et sujettes à se déranger. Ces inconvénients font plus que compenser leurs avantages.



Janmad @ wikipedia

Blaise Pascal
(19.6.1623 – 19.8.1662)

Pascaline (1645)



Il est bon d'avertir que lorsqu'on remarque ainsi qu'en opérant sur une roue, les autres roues changent de chiffre, il ne faut pas s'imaginer qu'il y ait du désordre dans la machine car au contraire...

Rama @ wikipedia

Indignum est excellentium virorum horas
servili calculandi labore perire
quia machina adhibita vilissimo cuique
secure transcribi possit.

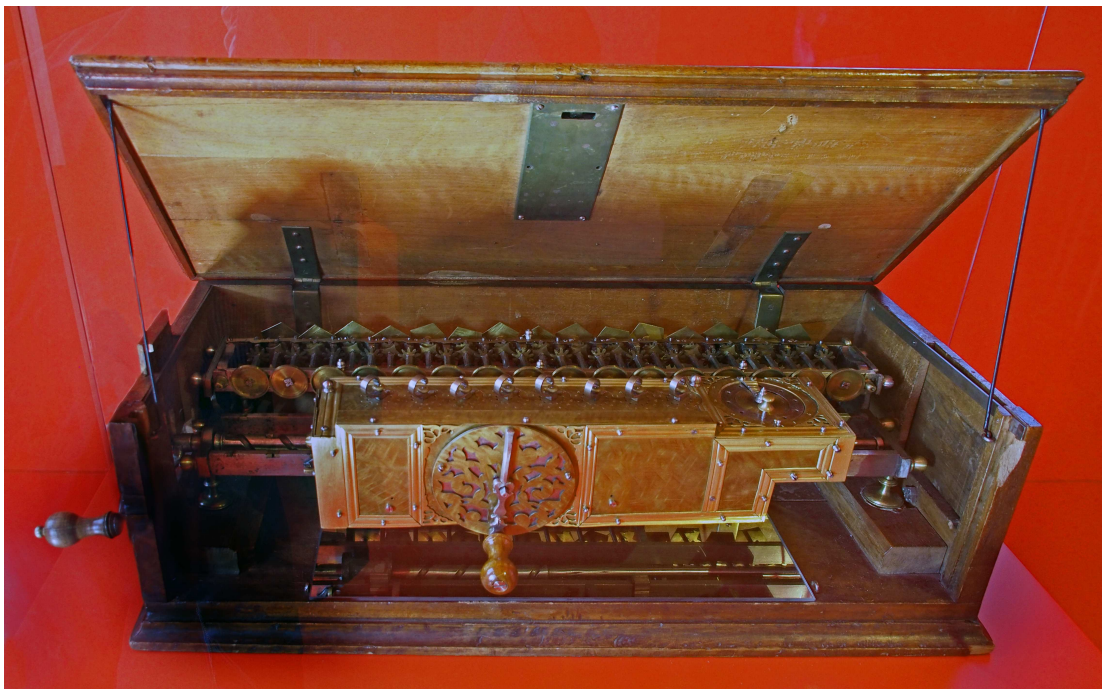
Es ist unwürdig, die Zeit von hervorragenden Leuten mit knechtlichen Rechenarbeiten zu verschwenden, weil bei Einsatz einer Maschine auch der Einfältigste die Ergebnisse sicher hinschreiben kann.

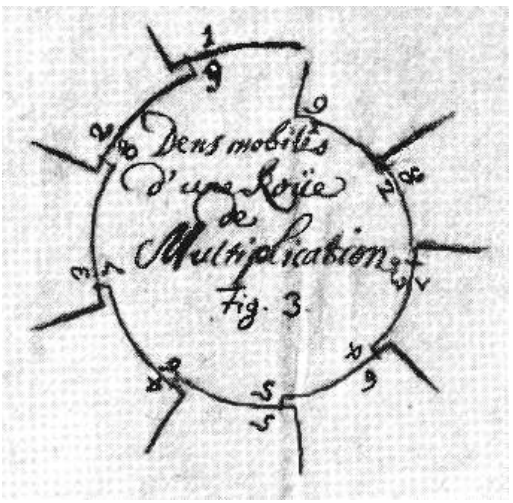




Gottfried Wilhelm Leibniz
(21.6.1646 – 14.11.1716)

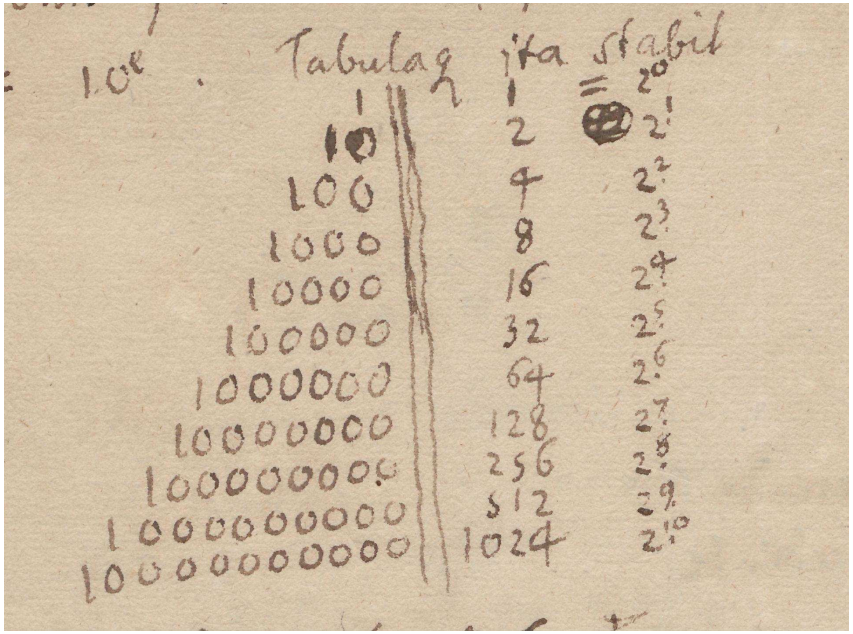
Leibniz' Rechenmaschine (1690)





Hajotthu @ wikipedia

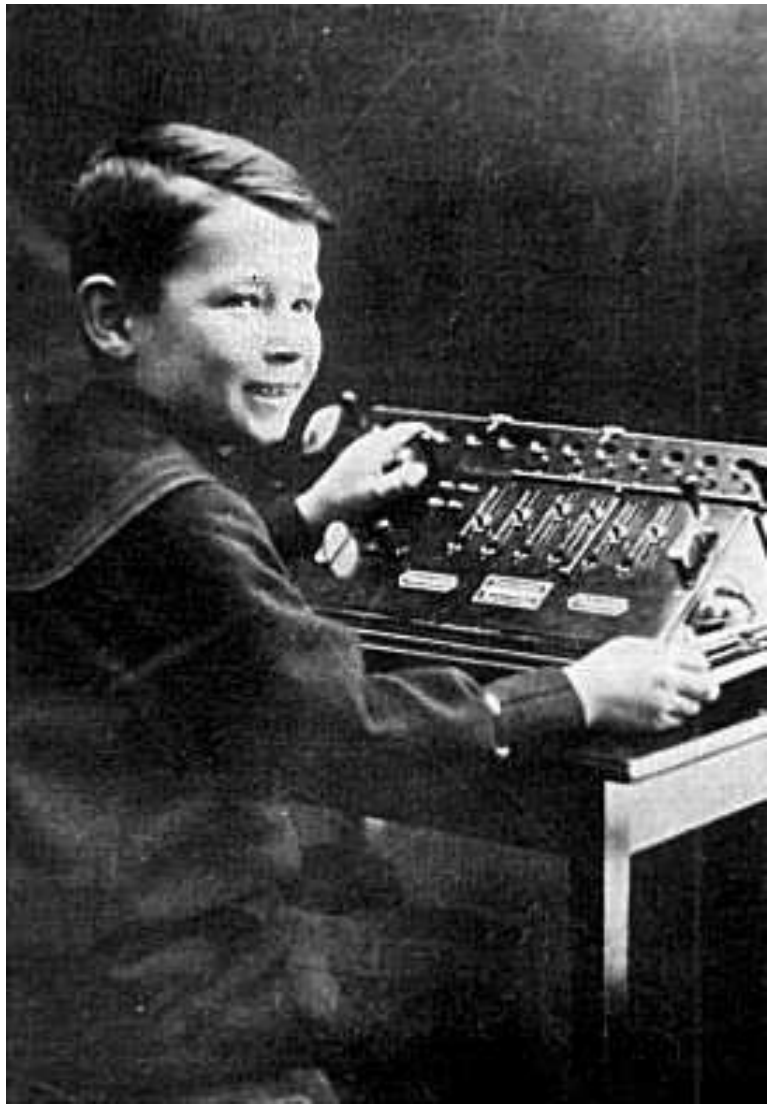
Dualsystem (1697)



„Zu Beginn des ersten Tages war die 1, das heißt Gott.
Zu Beginn des zweiten Tages die 2, denn Himmel und Erde wurden während des ersten geschaffen.
Schließlich zu Beginn des siebenten Tages war schon alles da; deshalb ist der letzte Tag der vollkommenste und der Sabbat, denn an ihm ist alles geschaffen und erfüllt, und deshalb schreibt sich die 7 111, also ohne Null. Und nur wenn man die Zahlen bloß mit 0 und 1 schreibt, erkennt man die Vollkommenheit des siebenten Tages".

Curta (1945)





Curt Herzstark (1902-1988)

Calculus (1676)

$$\int_a^b f(x)\,dx \qquad \frac{df}{dx}$$

Weitere Hinterlassenschaften: Von Akademien...

- Gründung von Akademien (Berlin, St. Petersburg, ~~Wien~~[1])
- Erste wissenschaftliche Zeitschrift in im deutschsprachigen Raum (*Acta Eruditorum*)
- Nachweis des Unbewußten des Menschen
- Entwicklung der Endloskette zur Erzförderung im Bergbau
- Begründung der modernen Sprachwissenschaft
- Begründung der Geschichtswissenschaft (Stammbaum seines Arbeitgebers)
- usw. (15000 Briefe, 100000 Notizzettel, bisher etwa 60 Bände herausgegeben, geplantes Ende: 2055)

[1] Nachgeholt 1847 unter der Leitung von Erzherzog Johann

. . . bis Leibniz-Cakes



Bahlsen (Hannover 1991): “Butter-Cakes” (Später *Keks*, Duden 1911), benannt nach G.W. Leibniz, der seinerzeit nach einem haltbaren Produkt zur Verpflegung der Soldaten gesucht hatte und auf Zwieback gestoßen war.

Sämtliche Bilder aus Wikipedia

Lösen von mathematischen Aufgaben am Computer

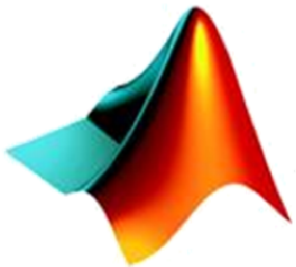
- "Rechner"
- numerisch rechnen
- symbolisch rechnen, abstrahieren, Gleichungen lösen, beweisen
- experimentieren, testen, zählen, simulieren

But they are useless.
They can only give you answers.

Pablo Picasso, 1964



Computer-Algebra-Systeme



MATLAB





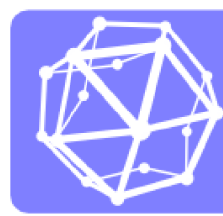
GNU octave

Wolfram Mathematica 8

MAGMA
COMPUTER • ALGEBRA

Axiom/FriCAS
maxima

Maplesoft
Mathematics • Modeling • Simulation



sage

Indignum enim Mathematico iudico, velle videre alienis oculis, et niti vel pro demonstrationibus vendere velle, quas demonstrationes ipse nescit. [. . .]
Ideo ego vtor calculo non, quem demonstratum credo, aut opinor, sed quem demonstratum scio.

Ich halte es für unwürdig eines Mathematikers, mit fremden Augen sehen zu wollen und sich auf Beweise zu stützen oder als solche auszugeben, die er nicht kennt. [. . .]
Deshalb mache ich mir einen Kalkül nicht zu eigen, von dem ich glaube oder annehme, daß er bewiesen sei, sondern nur einen, von dem ich das weiß.



Michael Maestlin
(30.9.1550 – 20.10.1631)

Sage

- Computer-Algebra-System
- frei & open source

- einheitliche Schnittstelle zu vielen spezialisierten Bibliotheken
  freie und proprietäre
- numerisch und symbolisch rechnen, 2D- und 3D-Plots,
  viele Spezialfunktionen für Algebra, Lineare Algebra,
  Zahlentheorie, Statistik, Optimierung, Kryptographie, ...

- Programmiersprache $\approx$ Python
- versteht sich ganz gut mit LaTeX

- Sage server (Zugangsdaten aus UGO):
  `https://imsc.uni-graz.at/jupyter/hub/login`

You can read Sylow's Theorem and its proof in Huppert's book in the library without even buying the book and then you can use Sylow's Theorem for the rest of your life free of charge,
but [...] for many computer algebra systems license fees have to be paid regularly for the total time of their use.
In order to protect what you pay for, you do not get the source, but only an executable, i.e., a black box.
You can press buttons and you get answers in the same way as you get the bright pictures from your television set but you cannot control how they were made in either case.

With this situation two of the most basic rules of conduct in mathematics are violated.

- In mathematics information is passed on free of charge and everything is laid open for checking.
- Not applying these rules to computer algebra systems that are made for mathematical research [...] means moving in a most undesirable direction.
- Most important: Can we expect somebody to believe a result of a program that he is not allowed to see? [...]
- And even: If O'Nan and Scott would have to pay a license fee for using an implementation of their ideas about primitive groups, should not they in turn be entitled to charge a license fee for using their ideas in the implementation?

Joachim Neubüser, founder of GAP (1993)

Noch ein Zitat

Desunt nobis juvenes spei singularis; messis multa est, operarii autem pauci. Et cum Mathematicae artes liberaliter alant cultores suos, plerique etiam se discere velle profiteantur, que πρὸς τὰ ἄλφιτα faciunt; tamen magis magisque haec studia, inter nostros homines, sterilescunt.

Es fehlt uns an jungen Leuten, die zu außerordentlichen Hoffnungen berechtigen. Die Ernte ist groß, aber der Arbeiter sind wenige. Obwohl die Mathematik ihren Mann großzügig ernährt, und viele erklären, einen Brotberuf erlernen zu wollen, verfallen diese Studien bei uns immer mehr.

Credo quod nunc plerique inania, aut in speciem adornat, sedctantur, quae delibare sufficit; a veris autem laboribus, aquibus mperitus excolendus est animus, abhorrent. Sed tuo hortatu, atque exemplo, et paucorum tui similium, meliora in posterum spero.

Das kommt wohl daher, daß die meisten eitlen Dingen nachgehen, oder solchen, die schön aussehen, an denen man nur zu naschen braucht. Vor der eigentlichen Arbeit aber, die zur Ausbildung eines geschulten Geistes gehört, scheuen sie zurück. Doch verspreche ich mir von Ihrem Wirken durch Wort und Beispiel, sowie von dem einiger anderer Männer Ihrer Art eine Besserung der Verhältnisse für die Zukunft.

G.W. Leibniz, Brief vom 17.Mai 1698