1. Beschreiben Sie die Spur der Kurven $\gamma(t) = (x(t), y(t))$ gegeben durch:

   a) $x(t) = t + 1$, $y(t) = 2t - 1$.

   b) $x(t) = t^2 + 1$, $y(t) = 2t^2 - 1$.

   c) $x(t) = e^t$, $y(t) = 4e^{2t}$.

   d) $x(t) = \cos(2t)$, $y(t) = \sin(t)$.

2. Berechnen Sie den Tangentenvektor an die Kurve $\gamma(t)$ für den Parameter t_0 und die Geschwindigkeit in t_0.

   a) $\gamma(t) = (2t^2 + 1, 3t^3 + 2)$, $t_0 = 1$.

   b) $\gamma(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t)$, $t_0 = \pi/4$.

   c) $\gamma(t) = (e^t, e^{-t})$, $t_0 = 0$.

   d) $\gamma(t) = (\frac{3t}{1+t^3}, \frac{3t^2}{1+t^3}, \frac{3t^3}{1+t^3})$, $t \neq -1$, $t_0 = 1$.

3. Finden Sie eine Parameterdarstellung einer Kurve, deren Spur gleich

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^3 + y^3 = 3xy.\}$$

   Hinweis: Bestimmen Sie zuerst alle Punkte (x, y) dieser Menge mit $x = 0$. Untersuchen Sie dann welche Punkte (x, tx), $x \neq 0$, in dieser Menge liegen.

4. Ein Kreis mit Radius r liegt zum Zeitpunkt $t = 0$ auf der x-Achse und sein Mittelpunkt liegt in $(0, r)$. Markieren Sie den Berührungspunkt von Kreis und x-Achse mit T. Der Kreis rollt nun entlang der x-Achse. Beschreiben Sie die Kurve auf der sich T bewegt.

   Hinweis: Parametrisieren Sie die Kurve nach dem Drehwinkel.

5. Berechnen Sie die Bogenlänge der Kurve $\gamma(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t)$ für $t \in [0, 2\pi]$.

   Hinweis: $1 - \cos t = 1 - \cos(2\frac{t}{2}) = \ldots = 2\sin^2\frac{t}{2}$.

6. Sei $0 \leq a < b$. Berechnen Sie die Bogenlänge der durch die Funktion $t \mapsto t^{3/2}$ gegebenen Kurve.