Proseminar Höhere Mathematik I – 8.Übungsblatt zur Übung am 14.12.2010

1. Für $a, b > 0$ beweisen Sie folgende Rechenregeln:
   (a) $\log_a(x/y) = \log_a(x) - \log_a(y)$ für $x, y > 0$.
   (b) $\log_a(x^y) = y \log_a(x)$ für $x > 0$.
   (c) $\log_b(x) = \log_b(a) \log_a(x)$ für $x > 0$.

2. Die Tabelle listet das Lebensalter x von 7 Personen und deren Blutdruck y auf.

x	16	25	39	45	49	64	70
y	109	122	143	132	199	185	199

   Bestimmen Sie die Ausgleichsgerade zu diesen Werten. Wie groß ist der jährliche Anstieg des Blutdrucks?

   Hinweis: Siehe *http://www.kfunigraz.ac.at/imawww/peichl/datenanpassung.pdf*

3. Das Kohlenstoffisotop C-14 ist radioaktiv mit der Halbwertszeit von 5760 Jahren. Es kommt in der Athmosphäre sowie in lebenden Organismen vor, und sein Anteil bleibt konstant, solange die Organismen leben. Nach deren Tod verringert sich der Anteil entsprechend dem radioaktiven Zerfallsprozess.

   (a) Ein Tierskelett hat nur noch 10% des ursprünglichen C-14 Anteils. Wie alt ist das Skelett?
   (b) Auf welchen Betrag ist der C-14 Anteil nach 1000 bzw. 10000 Jahren gesunken?

   Hinweis: Sei $C(t)$ die Menge von C-14 Isotopen zum Zeitpunkt $t \geq 0$ (in Jahren), dann bestimmt man $C(t)$ als $C(0)e^{-\lambda t}$. Dabei muß λ aus der Halbwertszeit bestimmt werden. Die Halbwertszeit gibt an, wie lange es dauert, bis sich die Anzahl der C-14 Isotope halbiert hat.

4. Gegeben sind die Daten

y	4.5	15.2	32.2	152.1	533.8	1930.1
x	3	15	21	35	50	62

   Welcher funktionelle Zusammenhang $y(x) = ax^b$ bzw. $y(x) = ae^{bx}$ spiegelt die Daten besser wieder? Bestimmen Sie die Parameter a und b.

   Hinweis: Siehe *http://www.kfunigraz.ac.at/imawww/peichl/datenanpassung.pdf*

Freiwillige Trainingsbeispiele (werden vom Tutor korrigiert)

5. Eine Tasse Tee wird abgekühlt. Zu Beginn beträgt die Temperatur 90°C. Nach zehn Minuten beträgt die Temperatur nur noch 66°C. Die Umgebungstemperatur beträgt 20°C.

   Stellen Sie die Abkühlungsfunktion $T(t) = T_U + ce^{-kt}$ auf. Bestimmen Sie T_U, c und k.

6. Gegeben sind die Daten

y	30.0	64.5	74.5	86.7	94.5	98.9
x	4	18	29	51	73	90

   Welcher funktionelle Zusammenhang $y(x) = ax^b$ bzw. $y(x) = ae^{bx}$ spiegelt die Daten besser wieder? Bestimmen Sie die Parameter a und b.

7. Berechnen Sie:

$$\arcsin(\sin \tfrac{\pi}{16}), \quad \arccos(\cos \tfrac{\pi}{9}), \quad \arcsin(\sin \tfrac{7\pi}{3}), \quad \arccos(\cos \tfrac{9\pi}{4}),$$
$$\arcsin(\sin \tfrac{7\pi}{9}), \quad \arccos(\cos \tfrac{7\pi}{9}), \quad \sin(\arcsin \tfrac{-1}{3}), \quad \cos(\arccos \tfrac{-1}{3}),$$
$$\arcsin(\sin \tfrac{8\pi}{5}), \quad \arccos(\cos \tfrac{9\pi}{5}), \quad \sin(\arcsin 2), \quad \cos(\arccos 2).$$