5. Übung zur Diskreten Mathematik

Aufgaben für den 3.11.2015

18. Beweisen Sie für alle $k, \ell, m \in \mathbb{N}$ die Gültigkeit von

$$k + \ell = \ell + k, \qquad (k + \ell)m = km + \ell m$$

und achten Sie darauf, nur das Assoziativgesetz für + und solche Regeln, die Sie bewiesen haben, zu verwenden.

19. Seien X, Y Mengen und $f\colon X \to Y$ eine Abbildung. Zeigen Sie, f ist genau dann injektiv, wenn es eine Linksinverse zu f gibt.

20. Zeigen Sie, dass $\mathbb{Z}$ gleichmächtig zu $\mathbb{N}$ ist,
$(0, 1) = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1\}$ gleichmächtig zu $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$ ist,
$\mathbb{R} \setminus \{0\}$ gleichmächtig zu $\mathbb{R}$ ist.

21. Seien $k, n \in \mathbb{N}$. Finden Sie eine Darstellung von kn unter Verwendung des Summenzeichens, die über die rekursiven Definitionen des Produkts bzw. des Summenzeichens erklärbar sind.

Zusatzaufgabe

1. Bestimmen Sie die Mächtigkeit von$[\![k, \ell]\!]$, für $k, \ell \in \mathbb{Z}$.