14. Übung zur Diskreten Mathematik

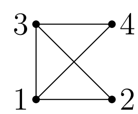
Aufgaben für den 21.1.2014

86. Auf wieviele Weisen kann die Zahl 1000 als Produkt von drei Faktoren geschrieben werden, wenn die Reihenfolge der Faktoren nicht berücksichtigt wird.

87. (a) Sei $G = (V, E)$ ein nicht zusammenhängender Graph. Ist dann das Komplement $\overline{G}$ zusammenhängend?
(b) Gibt es Graphen, so dass G und $\overline{G}$ zusammenhängend sind?
(c) Charakterisieren Sie, wann das Komplement eines bipartiten Graphen zusammenhängend ist.

88. Zeigen Sie, dass es in einem endlichen Graphen $G = (V, E)$ mit $|V| \geq 2$ stets zwei Knoten mit gleichem Grad gibt.

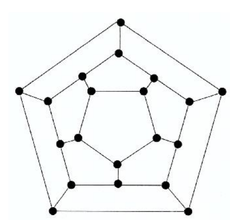
89. Bestimmen Sie alle spannenden Bäume von



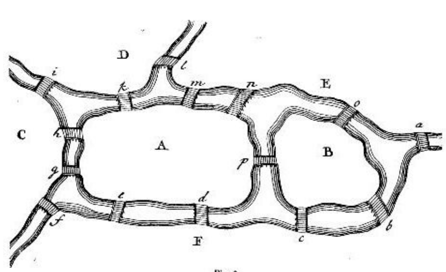
90. Zeigen Sie: Ein endlicher Baum G enthält mindestens $\Delta(G)$ Endknoten.

91. Zeichnen Sie einen zusammenhängenden Graphen mit zwei Brücken und zwei Gelenkknoten.

92. Gibt es einen Kreis, der durch alle Knoten des Graphen führt?



93. Gibt es einen Spaziergang, auf dem man jede Brücke genau einmal überquert?



94. Sei $G = (V, E)$ ein Baum. Beweisen Sie: Jeder Knoten, der nicht Endknoten von G ist, ist ein Gelenkknoten. Jede Kante ist eine Brücke und $G - e$ zerfällt in genau zwei Zusammenhangskomponenten.

95. Sei $G = (\langle 5 \rangle, E)$ mit $E = \mathrm{Pot}_2(\langle 5 \rangle) \setminus \{\{1,3\},\{1,5\},\{3,5\}\}$. Partitionieren Sie E in die Kantenmengen von Kreisen und bestimmen Sie einen geschlossenen Weg maximaler Länge in G.

96. Sei $n \in \mathbb{N}$. Betrachten Sie die Aktion

$$S_n \times (\langle n \rangle \times \langle n \rangle) \to \langle n \rangle \times \langle n \rangle, \qquad \pi * (x, y) = (\pi(x), \pi(y)).$$

Berechnen Sie aus dem Zykeltyp von $\pi \in S_n$, den Zykeltyp der Permuationsdarstellung $\overline{\pi}$ von π auf $\langle n \rangle \times \langle n \rangle$. Anzahlen von Isomorphieklassen welcher Graphen könnte man damit bestimmen?

97. Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Zeigen Sie, dass $v, w \in V$ dann und nur dann durch einen Kantenzug in G verbunden sind, wenn Sie durch einen Pfad in G verbunden sind.

98. Geben Sie eine beliebige Funktion $f\colon \langle 10 \rangle \to \langle 10 \rangle$ an, und bestimmen Sie das Wirbeltier, das zum funktionalen Digraphen von f gehört. Vertauschen Sie darin nun Kopf und Schwanz und bestimmen Sie jene Funktion $\tilde{f}$, die zu diesem Wirbeltier gehört.

Sei $n \geq 1$, $f \in \langle n \rangle^{\langle n \rangle}$. Warum gibt es stets Elemente in $\langle n \rangle$, die die Wirbelsäule des zu f gehörenden Wirbeltiers bilden?

99. Untersuchen Sie die 4. Zusatzaufgabe des 8. Übungsblattes.