2. Proseminar Analysis I

11.3.2010

1. Zeigen Sie, dass für alle x, $y \in \mathbb{R}$ die Ungleichung
$$\big||x| - |y|\big| \leq |x - y|$$
gilt.

2. Zeigen Sie, dass für alle n, $m \in \mathbb{N}$ auch $n + m \in \mathbb{N}$ gilt.

3. Es seien n, $k \in \mathbb{N}$ und es gelte $0 \leq k \leq n - 1$. Zeigen Sie:
   (a) $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$.
   (b) $\binom{n}{k} \in \mathbb{N}$, $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$.

4. Es sei $A = \{2 - \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$. Falls $\min(A)$, $\max(A)$, $\sup(A)$, $\inf(A)$, existiert, bestimmen Sie es, ansonsten argumentieren Sie, warum es nicht existiert.

5. Seien A und B zwei nach oben beschränkte nicht leere Teilmengen von $\mathbb{R}$. Beweisen Sie $\sup(A + B) = \sup(A) + \sup(B)$.

6. Beweisen Sie: Für alle $n \in \mathbb{N}_0$ und alle $q \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ ist $\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{q^{n+1}-1}{q-1}$.