Übungen zur Linearen Algebra und Analytischen Geometrie
Übungsblatt 6 (bis 23.4.2020, 10:00)

Aufgabe 28. Berechnen Sie den Winkel zwischen einer Diagonale eines Würfels und einer seiner Kanten.

Aufgabe 29. Zeigen oder widerlegen Sie: es gibt ein Skalarprodukt auf $\mathbb{R}^2$ so dass

$$\|x\| = |x_1| + |x_2|$$

für $x = (x_1, x_2)^T \in \mathbb{R}^2$ die entsprechende induzierte Norm ist.

Aufgabe 30. a) Sei V ein Vektorraum über $\mathbb{K}$ mit einer Norm $\|\cdot\| : V \to [0, \infty)$. Sei $d : V \times V \to [0, \infty)$ eine Abbildung, die durch $d(x, y) = \|x - y\|$ für $x, y \in V$ gegeben ist. Zeigen Sie, dass d eine Metrik auf V ist.

b) Sei V ein Vektorraum über $\mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass durch

$$d(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \neq y, \\ 0, & \text{falls } x = y, \end{cases}$$

eine Metrik auf V definiert ist, für die keine induzierte Norm $\|\cdot\| : V \to [0, \infty)$ existiert, so dass $\|x - y\| = d(x, y)$.

Aufgabe 31. Diese Übung bezieht sich auf die Vorlesung. Verwenden Sie entsprechende Skalarprodukte aus der Vorlesung.

a) Stellen Sie $f(x) = 1 + x + 4x^2$ und $g(x) = 4 + 3x$ als Linearkombination der Legendre Polynomen P_0, P_1 und P_2 dar.

b) Berechnen Sie die ersten drei Hermite Polynome H_0, H_1 und H_2.

Aufgabe 32. Zeigen oder widerlegen Sie: es gibt eine Basis $\{f_1, f_2, f_3, f_4\}$ von $\mathbb{P}_3$ (=Menge aller Polynome vom Grad ≤ 3), so dass keines der Polynome f_1, f_2, f_3, f_4 den Grad 2 hat.