

Übungsblatt 13

Aufgabe 13.1

Beweisen Sie mit Hilfe der Definition der Stetigkeit, dass $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 2}$ stetig ist.

Aufgabe 13.2

Sei $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig in $x_0 = 0$ mit $g(0) = 0$. Zeigen Sie, dass $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig ist in x_0 , falls $|f(x)| \leq |g(x)|$ für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt.

Aufgabe 13.3

Die Funktion $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ sei stetig, und es sei $f(0) = f(1)$. Dann gibt es ein $c \in [0, \frac{1}{2}]$ mit $f(c) = f(c + \frac{1}{2})$.

Aufgabe 13.4

Sei $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Zeigen Sie, dass f konstant ist, falls gilt:

- a) $|f(x)| = 1$ für alle $x \in [a, b]$;
- b) $f(x) \in \mathbb{Q}$ für alle $x \in [a, b]$.

Evaluierung: Bitte denken Sie daran, Vorlesung und Übung auf UNIGRAZonline und TUGRAZonline zu bewerten.