

## Übungsblatt 7

### Aufgabe 7.1

Seien  $A, B \subset \mathbb{R}$  nichtleere, beschränkte Mengen. Wir definieren die Menge  $A + B$  durch

$$A + B := \{a + b \mid a \in A, b \in B\}.$$

Zeigen Sie, dass gilt

$$\sup(A + B) = \sup(A) + \sup(B) \quad \text{und} \quad \inf(A + B) = \inf(A) + \inf(B).$$

### Aufgabe 7.2

Seien  $A \subset B \subset \mathbb{R}$  nichtleere, beschränkte Mengen. Zeigen Sie, dass gilt

$$\inf(A) \geq \inf(B) \quad \text{und} \quad \sup(A) \leq \sup(B).$$

### Aufgabe 7.3

Gegeben seien Abbildungen  $f: X \rightarrow Y$  und  $g: Y \rightarrow X$  mit  $(g \circ f)(x) = x$  für alle  $x \in X$ . Zeigen Sie, dass  $f$  injektiv und  $g$  surjektiv ist. Ist  $f$  bzw.  $g$  auch bijektiv? (Beweis oder Gegenbeispiel!)

### Aufgabe 7.4

Sei  $X \subseteq \mathbb{R}$  und  $f: X \rightarrow X$  bijektiv und steigend, d.h.  $x_1 \geq x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$ . Zeigen Sie, dass die Umkehrfunktion  $f^{-1}$  ebenfalls steigend ist.

### Aufgabe 7.5

Gegeben sei die Abbildung

$$f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) := \max(x, y).$$

- Ist diese Abbildung surjektiv, injektiv, bijektiv?
- Bestimmen Sie das Bild  $f([0, 3] \times [1, 2])$ .
- Bestimmen Sie das Urbild  $f^{-1}([-1, 0])$ .