

Übungen Einführung in die Algebra, SS 2018

Blatt 11, 27.6.2018

50. Es seien R, S kommutative Ringe, $f: R \rightarrow S$ ein Ringhomomorphismus, $R[X]$ der Polynomring über R , und $s \in S$. Zeigen Sie: Es gibt genau einen Ringhomomorphismus

$$F: R[X] \rightarrow S$$

mit $F|_R = f$ und $F(X) = s$.

51. Dividieren Sie $5X^4 + 7X^3 + X^2 - X + 1$ mit Rest durch $X^2 + 2$ im Polynomring $\mathbb{Z}[X]$.

52. (a) Ist das Polynom $X^4 + 4 \in \mathbb{Z}[X]$ irreduzibel?
(b) Sei K ein Körper, $f \in K[X]$ ein Polynom mit $2 \leq \deg(f) \leq 3$. Zeigen Sie: f ist genau dann irreduzibel, wenn f keine Nullstelle in K besitzt.

Gilt (b) auch falls $\deg(f) \geq 4$?