

Übungen zur Diskreten Mathematik, WS 18/19

Blatt 9, 15.1.2019

41. Beweisen Sie, dass für $a, b, m \in \mathbb{Z}$ mit $m \neq 0$ folgende Aussagen äquivalent sind:
- (a) $m \mid b - a$;
 - (b) $\exists k \in \mathbb{Z}: b = a + km$;
 - (c) Sind $q, q' \in \mathbb{Z}, r, r' \in \{0, \dots, |m| - 1\}$ mit $a = qm + r, b = q'm + r'$ so gilt $r = r'$.
42. Wie viele natürliche Zahlen kleiner als 3501 gibt es mit den folgenden beiden Eigenschaften:
- (a) Die Zahl ist durch 70 teilbar;
 - (b) Die Zahl ist durch eine von 1 verschiedene Quadratzahl teilbar ?
43. Es seien $a, b \in \mathbb{Z}$ mit $(a, b) \neq (0, 0)$ und $d = \text{ggT}(a, b)$. Zeigen Sie:
- (a) Ist $t \in \mathbb{Z}$ mit $t \mid a$ und $t \mid b$, so gilt $\text{ggT}(a/t, b/t) = d/t$;
 - (b) $\text{ggT}(a/d, b/d) = 1$.
44. Zeigen Sie, dass für $n \in \mathbb{N}$
- $$\text{ggT}(n! + 1, (n + 1)! + 1) = 1$$
- gilt.
45. Es seien $a, n \in \mathbb{N}$ mit $a, n \geq 2$ und $a^n + 1 \in \mathbb{P}$. Zeigen Sie, dass a gerade ist und dass ein $k \in \mathbb{N}$ mit $n = 2^k$ existiert.