

## Übungen zur Diskreten Mathematik, WS 18/19

### Blatt 7, 11.12.2018

31.

- (a) Wieviele verschiedene 7-stellige Telefonnummern können mit den 7 Ziffern 1, 2, 2, 2, 5, 8, 8 gebildet werden?
- (b) Wieviele der Telefonnummern aus a) beginnen mit 2, wieviele mit 5?
- (c) Wir schreiben die Telefonnummern aus a) der Größe nach geordnet in eine Liste. Dann ist also 1222588 das erste Element dieser Liste und 8852221 das letzte. An welcher Position steht die kleinste Telefonnummer, die mit der Ziffer 5 beginnt? Welche Telefonnummer steht an der 400. Position?

32. Es seien  $k, n \in \mathbb{N}$ ,  $A$  eine Menge mit  $\#A = n$  und  $B = \{1, 2, \dots, k\}$ . Es sei  $F = B^A$  die Menge aller Abbildungen  $A \rightarrow B$ . Für  $i \in B$  setze

$$F_i = \{f \in F \mid i \notin f(A)\} \quad .$$

- (a) Bestimmen Sie  $\#(F_1 \cup \dots \cup F_k)$  mit dem Prinzip der Inklusion–Exklusion,
- (b) Bestimmen Sie mit Hilfe von a)  $\#\{f \in F \mid f \text{ ist surjektiv}\}$ , und vergleichen Sie Ihr Resultat mit §2, Satz 8 der Vorlesung.

33. Zeigen Sie, dass es keinen 5-regulären Graphen mit 9 Ecken gibt. Wie lässt sich dieses Ergebnis verallgemeinern?

34. Es seien  $G = (V, E)$  ein Graph mit Minimalgrad  $\delta(G) \in \mathbb{N}_0$  und  $v_0 \in V$ . Beweisen Sie:

- (a) Es gibt einen von  $v_0$  ausgehenden Weg der Länge  $\geq \delta(G)$ .
- (b) Ist  $\delta(G) \geq 2$ , so existiert ein Kreis der Länge  $\geq \delta(G) + 1$ , der  $v_0$  enthält (Hinweis: Lassen Sie sich vom Beweis von Lemma 2.d) inspirieren).
- (c) Können a) bzw. b) verschärft werden, indem man  $\geq$  durch  $=$  ersetzt?

35. Beweisen Sie die Umkehrung von §3, Lemma 2.e): Es sei  $G = (V, E)$  ein Graph mit  $\#V \geq 2$  und  $v \in V$  ein Blatt. Wir setzen  $V' = V \setminus \{v\}$ . Zeigen Sie, ist der Graph

$$(V', E \cap \mathcal{P}(V'))$$

ein Baum, so ist auch  $G$  ein Baum.