Übungen zur Diskreten Mathematik, WS 18/19

Blatt 3, 30.10.2018

11. Wir ordnen die Menge

(a) $U = \mathbb{N} \setminus \{1\}$

(b) $U = \{10, 11, \ldots, 100\}$

mit Hilfe der Teilbarkeitsrelation (siehe Aufgabe 9). Untersuchen Sie, ob es in U ein kleinstes und ein größtes Element gibt. Bestimmen Sie alle minimalen und alle maximalen Elemente von U.

12. Es sei M eine beliebige Menge und $\mathcal{P}(M)$ ihre Potenzmenge. Zeigen Sie, dass $\subset$ eine Ordnung auf $\mathcal{P}(M)$ definiert.

13. Es sei M eine Menge

(a) Es sei I eine nicht leere Indexmenge und für $i \in I$ sei $R_i \subset M \times M$ eine Äquivalenzrelation. Zeigen Sie, dass $\bigcap_{i \in I} R_i$ ebenfalls eine Äquivalenzrelation ist.

(b) Es sei $X \subset M \times M$ gegeben. Wir ordnen die Menge $R(X)$ aller Äquivalenzrelationen auf M, die X enthalten, durch die Inklusion. Zeigen Sie, dass $R(X)$ ein kleinstes Element besitzt. Dieses heißt die von X erzeugte Äquivalenzrelation.

14. Es seien $M = \{1, 2, \ldots, 10\}$ und $X = \{(1, 2), (5, 7), (1, 4)\} \subset M \times M$.

(a) Bestimmen Sie die von X erzeugte Äquivalenzrelation (siehe Aufgabe 13).

(b) Konstruieren Sie zwei Äquivalenrelationen R_1, R_2 auf M, sodass $R_1 \cup R_2$ keine Äquivalenzrelation ist.

15. Wir ordnen $\mathbb{N}$ durch die Teilbarkeitsrelation. Zeigen Sie, dass dann $\{6, 14\}$ ein Infimum und ein Supremum besitzt und bestimmen Sie diese.