Übungen zur Diskreten Mathematik, WS 18/19

Blatt 2, 23.10.2018

6. Es seien $(M_i)_{i\in I}$ eine Familie von Mengen und A eine Menge. Beweisen Sie

$$A \cap \Big(\bigcup_{i\in I} M_i\Big) = \bigcup_{i\in I} \Big(A \cap M_i\Big)$$

und leiten Sie daraus das zweite Distributivgesetz (VO Satz 4.c) ab.

7. Zeigen Sie, dass für alle Mengen A und B

$$\Big(A \setminus B\Big) \cup \Big(B \setminus A\Big) = \Big(A \cup B\Big) \setminus \Big(A \cap B\Big)$$

gilt. Diese Menge wird als die symmetrische Differenz der Mengen A und B bezeichnet, geschrieben $A \triangle B$.

8. Sherlock Holmes hat drei Tatverdächtige: Prof. Moriarty, Mrs. Hudson und Dr. Watson. Er weiß:

(a) Ist Watson unschuldig, so ist Moriarty Mittäter.

(b) Wenn sich Hudson oder Watson als Täter herausstellen, dann ist Moriarty unschuldig.

(c) Ist aber Moriarty oder Watson unschuldig, dann muss Hudson eine Täterin sein.

Formulieren Sie den Sachverhalt mittels Aussagenlogik und lösen Sie den Fall!

9. Für a, $b \in \mathbb{Z}$ ist die Teilbarkeit (schreibe $a \mid b$, sprich: a teilt b) wie folgt definiert:

$$a \mid b \iff \exists k \in \mathbb{Z}\colon ak = b \quad .$$

(a) Überprüfen Sie, ob die Teilbarkeitsrelation reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch oder transitiv ist.

(b) Gibt es eine Teilmenge von $\mathbb{Z}$, auf der die Teilbarkeitsrelation antisymmetrisch ist?

10

(a) Gegeben sei die folgende Relation $\sim$ auf $\mathbb{N}$: $m \sim n$ gelte genau dann, wenn es eine Primzahl p mit $p \mid m$ und $p \mid n$ gibt. Überprüfen Sie $\sim$ auf Reflexivität, Symmetrie, Antisymmetrie und Transitivität.

(b) Die Relation R auf $\mathbb{Z}$ sei definiert durch $xRy \iff y = x^2 - 6$.

   i. Geben Sie R als Teilmenge von $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ an.

   ii. Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{Z}$ mit xRx.