

## Übungen zur Diskreten Mathematik, WS 18/19

### Blatt 10, 22.1.2019

46. Es seien  $n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$ , nicht beide Null und  $d = \text{ggT}(n_1, n_2)$ . Weiters seien  $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{Z}$  und  $z_1 = x_1n_1 + y_1n_2, z_2 = x_2n_1 + y_2n_2$ . Wir nehmen  $z_1 \neq 0$  oder  $z_2 \neq 0$  an. Beweisen Sie:

$$d \mid \text{ggT}(z_1, z_2) \quad \text{und} \quad \text{ggT}(z_1, z_2) \mid d(x_2y_1 - x_1y_2) \quad .$$

47. Es seien  $a, b, c \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ . Beweisen Sie:

- (a) Gilt  $a \mid bc$  und  $\text{ggT}(a, b) = 1$  so folgt  $a \mid c$ .
- (b)  $\text{ggT}(a, b) = \text{ggT}(a, c) = 1 \Rightarrow \text{ggT}(a, bc) = 1$ .
- (c) Gilt  $ab = c^2$  und  $\text{ggT}(a, b) = 1$ , so sind  $|a|, |b|$  Quadratzahlen.

48. Mit wie vielen Nullen endet die Dezimaldarstellung von 2019! ?

49. Es seien  $a, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ . Eine Zahl  $v \in \mathbb{Z}$  heißt ein kleinstes gemeinsames Vielfaches von  $a$  und  $b$ , wenn folgende Bedingungen erfüllt sind

- (a)  $a \mid v$  und  $b \mid v$ .
- (b) Ist  $w \in \mathbb{Z}$  mit  $a \mid w$  und  $b \mid w$ , so gilt  $v \mid w$ .

Zeigen Sie, dass  $\text{kgV}(a, b)$  (VO §4, Def.4) ein kleinstes gemeinsames Vielfaches von  $a$  und  $b$  ist.

- 50\*. Bestimmen Sie alle Lösungen  $(x, y) \in \mathbb{N}_0^2$  der Gleichung  $y^2 = x(x + 7)$ . Hinweis: Aufgabe 47 c).