

Übungen zur Diskreten Mathematik, WS 18/19

Blatt 10, 22.1.2019

46. Es seien $n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$, nicht beide Null und $d = \text{ggT}(n_1, n_2)$. Weiters seien $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{Z}$ und $z_1 = x_1n_1 + y_1n_2, z_2 = x_2n_1 + y_2n_2$. Wir nehmen $z_1 \neq 0$ oder $z_2 \neq 0$ an. Beweisen Sie:

$$d \mid \text{ggT}(z_1, z_2) \quad \text{und} \quad \text{ggT}(z_1, z_2) \mid d(x_2y_1 - x_1y_2) \quad .$$

47. Es seien $a, b, c \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$. Beweisen Sie:

- (a) Gilt $a \mid bc$ und $\text{ggT}(a, b) = 1$ so folgt $a \mid c$.
- (b) $\text{ggT}(a, b) = \text{ggT}(a, c) = 1 \Rightarrow \text{ggT}(a, bc) = 1$.
- (c) Gilt $ab = c^2$ und $\text{ggT}(a, b) = 1$, so sind $|a|, |b|$ Quadratzahlen.

48. Mit wie vielen Nullen endet die Dezimaldarstellung von 2019! ?

49. Es seien $a, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$. Eine Zahl $v \in \mathbb{Z}$ heißt ein kleinstes gemeinsames Vielfaches von a und b , wenn folgende Bedingungen erfüllt sind

- (a) $a \mid v$ und $b \mid v$.
- (b) Ist $w \in \mathbb{Z}$ mit $a \mid w$ und $b \mid w$, so gilt $v \mid w$.

Zeigen Sie, dass $\text{kgV}(a, b)$ (VO §4, Def.4) ein kleinstes gemeinsames Vielfaches von a und b ist.

- 50*. Bestimmen Sie alle Lösungen $(x, y) \in \mathbb{N}_0^2$ der Gleichung $y^2 = x(x + 7)$. Hinweis: Aufgabe 47 c).