

Elementare Zahlentheorie, SS 19

Blatt 9, 21.5.2019

40. Es sei $n \in \mathbb{N}$ mit $n > 1$. Zeigen Sie, dass n eine Primzahl ist, wenn $n \mid (n-1)! + 1$ gilt.
41. Beweisen Sie: Mit Ausnahme von $(3, 5)$ sind alle Primzahlzwillinge von der Form $(6r+5, 6r+7)$ mit $r \in \mathbb{N}$.
42. Es sei $n \in \mathbb{N}^+$. Benutzen Sie die Primfaktorzerlegung von n um eine Formel für $\#T(n)$ herzuleiten.
43. Es seien $a, b \in \mathbb{Z}$ mit $a \neq 0, b \neq 0$ und $a+b \neq 0$. Zeigen Sie für jede Primzahl p :
- $v_p(a+b) \geq \min\{v_p(a), v_p(b)\}$.
 - $v_p(a) \neq v_p(b) \Rightarrow v_p(a+b) = \min\{v_p(a), v_p(b)\}$.
44. Es seien $a, b, c \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$. Zeigen Sie

$$\text{ggT}(\text{kgV}(a, b), \text{kgV}(b, c)) = \text{kgV}(\text{ggT}(a, c), b) \quad .$$

Hinweis: Eine Möglichkeit ist Satz 2.3.5.