

Elementare Zahlentheorie, SS 19

Blatt 1, 12.3.2019

1. Es sei $a \in \mathbb{Z}$ und a lasse bei Division durch 7 den Rest 2. Welche Reste treten bei Division von a durch 21 auf?
2. Angenommen eine Aussage A ist wahr für alle natürlichen Zahlen n , die eine der folgenden Bedingungen erfüllt:
 - n lässt bei der Division durch 2 den Rest 1;
 - n lässt bei der Division durch 4 den Rest 2;
 - n lässt bei der Division durch 8 den Rest 0 oder 4.

Zeigen Sie, dass A für alle $n \in \mathbb{N}$ wahr ist.

3. Es sei $n \in \mathbb{N}$ eine Summe von drei Quadratzahlen. Bestimmen Sie die möglichen Reste der Division von n durch 8.
4. Bestimmen Sie ohne elektronische Helfer den Rest der Division von $2019^5 - 1$ durch $2019^2 - 1$.
5. Zeigen Sie nur mit Hilfe von Resultaten der Vorlesung: Sind $a, b \in \mathbb{Z}$, sodass ab ein Vielfaches von 5 ist, so ist a oder b ein Vielfaches von 5.

Gilt ein analoges Resultat auch, wenn man 5 durch eine beliebige ganze Zahl ersetzt?