

Aufgabe Nr.:	1	2	3	4	<b>Summe</b>
Punktzahl:	25	25	25	25	100
Davon erreicht:					

*Markieren Sie Ihre Gruppe:*

Cauchy	Euler	Riemann	Newton
--------	-------	---------	--------

Name: .....

Matrikelnummer: .....

1. (25 Punkte) Bestimmen Sie die Grenzwerte:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} -x \ln(x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{1/x}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos(x))/x^2$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \sin(1/x)$

2. (25 Punkte) Berechnen Sie die Ableitung für  $x \neq 0$  und bestimmen Sie mit Begründung, ob die Funktion an der Stelle  $x = 0$  differenzierbar ist.

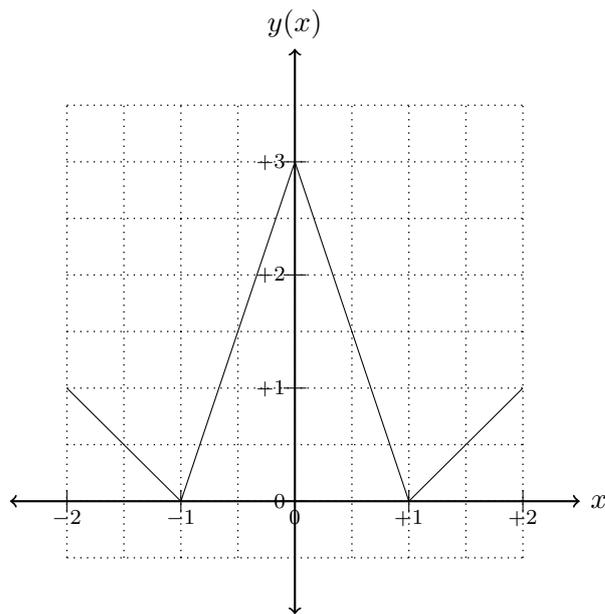
(a)  $f(x) = |x|$

(b)  $g(x) = \sqrt[3]{x}$

(c)  $y(x) = x^2 \cos(1/x), \quad x \neq 0, \quad y(0) = 0$

(d)  $z(x) = \exp(-1/x^2), \quad x \neq 0, \quad z(0) = 0$

3. (25 Punkte) Die grafische Darstellung der Funktion  $y(x) = 2|x + 1| - 3|x| + 2|x - 1| - 1$  mit Definitionsbereich  $D = [-2, +2]$  steht unten.
- (a) Bestimmen Sie den Bildbereich  $B$  von  $y(x)$ .
  - (b) Berechnen Sie die Ableitung  $y'(x)$  wo sie existiert.
  - (c) Bestimmen Sie mit Begründung die Intervalle in denen  $y(x)$  fallend bzw. steigend ist,
  - (d) und die Intervalle in denen  $y(x)$  konvex bzw. konkav ist.
  - (e) Finden Sie mit Begründung alle lokalen Extrema von  $y(x)$
  - (f) und alle Wendepunkte von  $y(x)$ .
  - (g) Finden Sie die globalen Extrema von  $y(x)$  im Intervall  $[0, 2]$ .



4. (25 Punkte) Ein Pizzateig wird mit einer Presse so gemacht, dass ein zylinderförmiger Teig mit Volumen  $500\text{cm}^3$  von einer Höhe  $10\text{cm}$  bis zu einer Höhe  $0.5\text{cm}$  mit Geschwindigkeit  $1\text{cm}/\text{sek}$  gedrückt wird. Der Pizzateig bleibt zylinderförmig, und daher in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  (sek) erfüllen der Radius  $r(t)$  (cm) und die Höhe  $h(t)$  (cm) die Gleichung  $V(t) = \pi r^2(t)h(t)$ , wobei  $V(t)$  das Volumen des Pizzateigs ist. Sei  $\tau$  die Dauer des Drückens.
- (a) Anhand der verfügbaren Information geben Sie Werte der konstanten Größen  $V'(t)$ ,  $h'(t)$ ,  $h(0)$  und  $h(\tau)$  an.
- (b) Bestimmen Sie die Werte  $r(0)$ ,  $r'(0)$ ,  $r(\tau)$  und  $r'(\tau)$ .