**LAK-ComputerMathematik**

Projekt **SR-2**

## Übungsprogramm Taylorreihe

Stand: 9. Jänner 2023, 11:13
Betreuer des Projektes: Stefan Rosenberger, stefan.rosenberger@uni-graz.at
Konsultationen zum Projekt: nach Terminvereinbarung (E-mail)

---

**Übungsprogramm um SchülerInnen den Sinn von höheren Ableitungen näher zu bringen**:
Beantworten Sie **die** *Standardfrage* aller Schulklassen[1] bei der Differentialrechnung:

„Wozu braucht man mehr als zwei Ableitungen?“

Eine zentrale Anwendung (die in beinah allen Taschenrechnern zur Anwendung kommt) ist die Taylorreihen entwicklung zur Approximation von Funktionen:
Sei $f$ eine beliebig oft differenzierbaren Funktion[2] auf dem Intervall $I$ und $a \in I$. Der Funktionswert der Funktion $f$ an einer Stelle $x \in I$ kann dann bestimmt werden, durch die Berechnung von:

$$T_{f,a}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

Vorgehen:

- Initialisieren Sie Ihr Programm so, dass die Funktionen symbolisch verwendet werden können ($a$ ist eine Zahl und $x$ symbolisch).
- Definieren Sie eine Funktion $f$ und zeichnen Sie diese auf einem Intervall $I$.
  (z.B.: $I = [-3, 3]$, $f(x) = e^{-x^2}$)
- Wählen Sie einen Initialisierungspunkt $a \in I$ und zeichnen Sie an dieser Stelle eine vertikale Linie in den Graph. (z.B. $a = 2$)
- Berechnen Sie nun die Werte $f^n(a)$ für $n = 0, \ldots, k$ für ein gewähltes $k$. (z.B. $k = 10$)
- Erstellen Sie nun die Funktionen

  $$T_{f,a,k}(x) = \sum_{n=0}^{k} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

  für $n = 0, \ldots, k$. (Also, z.B. für $n = 1$ ist $T_{f,a,1}(x) = f(a) + f'(a)(x-a)^1$). Sie erhalten also $k$ Polynomfunktionen.
- Zeichnen Sie nun iterativ die Funktion $f$ zusammen mit einer der Funktionen $T_{f,a,k}(x)$ auf dem Intervall, mit einer kurzen Pause dazwischen. Wobei Sie immer nur die aktuelle betrachtete Funktion $T_{f,a,k}(x)$ zeichnen sollten, und die alten löschen. Sie sollten dann erkennen, dass sich die Funktionen $T_{f,a,k}(x)$ um $a$ immer näher an die Funktion $f$ annähert. Tipp: Es sieht besser aus, wenn Sie den Plotbereich mit `axis` fixieren.

Bonuspunkte:

- Das Taylorpolynom bis $k = 1$ wird auch in der Schule explizit berechnet und bei der Matura verlangt!
  Zum Einen: Wie nennt man dies in der Schule, und was versucht man damit zu tun?
  Zum Anderen: Wenn man es für $k = 1$ versteht, was könnte die Idee hinter den höheren Ableitungen in der Summe sein? (Schreiben Sie die Antwort als Kommentar in das Matlab-Skript)

Hinweise: `syms`, `yline`, `diff`, `factorial`, `pause`, `delete`, `axis`

[1] Ein/e Schüler/in ist beinah immer dabei, welche/r die Frage stellt!
[2] Auch glatte Funktion genannt, bzw. Physiker sagen auch gerne schöne Funktion dazu.