

Übungsprogramm um π als Kreiszahl zu approximieren

Stand:

9. Jänner 2023, 11:13

Betreuer des Projektes: Stefan Rosenberger, `stefan.rosenberger@uni-graz.at`

Konsultationen zum Projekt: nach Terminvereinbarung (E-mail)

Übungsprogramm um π als Kreiszahl zu approximieren:

Schreiben Sie ein/e Matlab-Skript/Funktion mit welcher Sie SchülerInnen **zeigen** können, dass π in der Tat die Kreiszahl **ist**.

Überlegen Sie sich zuerst folgenden geometrischen Zusammenhang:

Wenn in einem Quadrat mit Seitenlänge $2 \cdot a$ ein Kreis mit Radius a eingefügt wird, so ist π das Vierfache des Verhältnis zwischen Kreisfläche A_K und Quadratfläche A_Q :

$$\pi = 4 \cdot \frac{A_K}{A_Q}$$

Nun können wir uns daran machen, dies auch grafisch und numerisch zu zeigen. Wir verfolgen die Idee, dass wenn wir zufällig (Gleichverteilt) iterativ Koordinaten aus dem Quadrat wählen und uns notieren ob diese innerhalb des Kreises liegt, so muss das Verhältnis aus Anzahl der gewählten Punkte zu Anzahl der Punkte innerhalb des Kreise mal 4 gegen π konvergieren.

Vorgehen:

- Gestalten Sie das Programm so, dass der Radius a beliebig gewählt werden kann.
- Schreiben Sie eine Funktion, welche eine zufällige Koordinate aus dem Quadrat $[-a, a] \times [-a, a]$ returniert.
- Zeichnen Sie in einen Plot das Quadrat und den Kreis, sodass diese gesamt, mitsamt dem Rand, sichtbar sind.
- Lassen Sie nun iterativ eine zufällige Koordinate aus dem Quadrat erzeugen und zeichnen Sie diese in jedem Schritt in den Plot.
- Berechnen Sie in jedem Schritt das Verhältnis aus Koordinaten im Kreis zur Anzahl der gewählten Punkten mal 4 ($\approx \pi$).
- Erstellen Sie einen zweiten Plot, welcher in jedem Berechnungsschritt die Entwicklung der Berechnung visualisiert. (Mögliches Vorgehen: Zeigen Sie alle Werte, die Sie iterativ berechnet haben in einem plot zusammen mit einer horizontalen Gerade π).
- Lassen Sie in jedem Schritt den Wert Ihrer Annäherung sowie den absoluten Fehler zu π ausgeben.
- Erklären Sie¹ **warum** diese Berechnung zeigt, dass π im Zusammenhang mit der Kreisfläche stehen **muss**. (Schreiben Sie die Antwort als Kommentar in das Matlab-Skript)

Bonuspunkte:

- Erstellen Sie ein Video, welches den Vorgang zeigt.
- **Ohne Computer:** Aus der obigen Überlegung könnte man sich auch überlegen, wie man ganz ohne Taschenrechner, sogar so gut wie *ohne* Mathematik bestimmen kann, wie groß π sein muss. (Erlaubt ist nur eine Multiplikation und eine Division ;-))
(Schreiben Sie die Antwort als Kommentar in das Matlab-Skript)

Hinweise: `rand`, `rectangle`, `axis`, `pause`, `animatedline`, `addpoints`, `drawnow`; Bonus: `VideoWriter`, `writeVideo`,

¹Geeignet um es einem (durchschnittlich bis gutem) Schüler klar zu machen.