

ComputerMathematik

3. Computerpraktikum zum Abgabetermin 11.11.2024, 23:59

12. Zuerst ein wenig Mathematik:

Die **Drehung** eines Punktes/Ortsvektors $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ mit dem Winkel φ um den 2D-Koordinatenursprung $(0,0)$ wird durch die Matrix-Vektor-Multiplikation beschrieben:

$$\vec{x}_{new} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}_{2 \times 2} * \vec{x} \quad (1)$$

Das **Verschieben** eines Punktes \vec{x} um einen Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ wird durch die Vektoraddition

$$\vec{x}_{new} = \vec{x} + \vec{v} \quad (2)$$

ausgedrückt.

_____ nun zur Aufgabe _____

Gegeben sei das aus den Punkten $(-2.5, 0.5)$, $(3, -2)$, $(2, 0.5)$ und $(-1, 2)$ bestehende Viereck.

- Speichern Sie die Punkte als geschlossenen Polygonzug in einer 2×5 Koordinatenmatrix.
Hinweis: Sie können die Koordinaten so als eine Matrix x speichern, daß die Matrizen in Gleichung (1) kompatibel sind und sich alle Koordinaten mit einer Matrixoperation transformieren lassen. Siehe auch valide MATLAB-Befehlsfolge¹.
- Zeichnen Sie das gegebene Viereck, also `plot(x,y)` mit x und y als entsprechende Zeilen der Koordinatenmatrix.
- Stellen Sie (in derselben Graphik) das Viereck dar welches zuerst mit 125 Grad mathematisch positiv um den Koordinatenursprung gedreht und dann mit dem Vektor $\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ verschoben wurde.
- Stellen Sie, ausgehend vom gegebenen Viereck unter (a), das mit dem Vektor $\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ verschobene und dann mit 125 Grad um den Koordinatenursprung gedrehte Viereck in derselben Graphik dar.

Hinweis: Die MatLab-Funktion `plot(x,y)` zeichnet stets den Polygonzug

$$(x_1, y_1) \rightarrow (x_2, y_2) \rightarrow \dots \rightarrow (x_n, y_n) .$$

Um einen geschlossenen Polygonzug zu erhalten muß daher der letzte Punkt wieder der erste sein (alternativ kann auch `fill` verwendet werden).

13. Laden Sie das Bildfile `vd_5.jpg` mittels der MatLab-Funktion `imread` in die dabei angelegte Intensitätsmatrix mit 3 Dimensionen `[Pixel_vertikal][Pixel_horizontal][3]`. Die 3 Komponenten der höchsten Dimension indizieren die RGB-Komponenten (Red-Green-Blue) des Farbraumes für jedes Pixel des Bildes. Zum Beispiel stellt das Element `img(723,509,1)` die Rotintensität des Bildpixels $(x, y) = (509, 723)$ dar, die Intensitäten sind natürliche Zahlen aus dem Intervall $[0, 255]$.

Fassen Sie die nachfolgenden Bilddarstellungen in einer Grafik zusammen (Matlab-Funktion `subplot`) und beschriften Sie diese hinreichend. Sämtliche Bildmanipulationen gehen immer wieder vom Originalbild aus.

- Zeichnen Sie das Originalbild mittels `imshow`.
- Zeichnen Sie das Bild kopfstehend.
- Halbieren Sie den Rotanteil des Bildes und zeichnen Sie es.
- Verdoppeln Sie den Grünanteil des Bildes und zeichnen Sie es.
- Zeichnen Sie den Blauanteil des Bildes separat (Wie separieren!?).
- Zeichnen Sie nur jede achte Zeile und Spalte des Bildes.

Denkaufgabe, keine Pflicht! → Können Sie die Qualität dieser Bildverkleinerung verbessern, z.B. durch Mittelung der Farbwerte?

¹https://de.mathworks.com/help/matlab/ref/plus.html#expand_panel_body_bu90zu2

Speichern Sie die Gesamtgrafik als ***.png**-File.

14. Berechnen Sie die Summe der 4.Potenzen der ersten n natürlichen Zahlen $s = \sum_{k=1}^n k^4$ für flexibles n (z.B.: $n = 11, 51, 199$) mittels
- eines FOR-Loops
 - eines WHILE-Loops
 - ohne Loops mit `sum` oder `cumsum`
 - vergleichen Sie obige Ergebnisse, u.a., indem Sie die entsprechende Summenformel im Internet finden (oder beweisen).
 - Berechnen Sie die Summe der 4.Potenzen der ersten n geraden natürlichen Zahlen. Wie lautet diesmal die Summenformel?
15. Zwei Primzahlen p und q werden als Primzahlzwillinge² bezeichnet falls $q = p + 2$ gilt.
- Bestimmen Sie alle Primzahlzwillinge zwischen 1000 und 10^7 (FOR/WHILE-Loop).
 - Speichern Sie hierbei die gefundenen Werte für p in einem Vektor.
 - Visualisieren Sie die Häufigkeit der Primzahlzwillinge (in 1000er Intervallen). Hierfür ist `histogram(x,xbins)` empfehlenswert, Sie können aber auch selbst zählen und visualisieren.

Hinweise:

- Schauen Sie sich die Matlabfunktionen `primes` und `isprime` an.
- Sie werden einen/mehrere FOR/WHILE-Loops zusammen mit der Alternatice (IF) benötigen.
- (*) Man kann die Primzahlzwillinge auch mit reinen Vektoroperationen bestimmen. Vergleichen Sie die Laufzeiten bei deaktivierten Ausgaben für beide Versionen (`tic,toc` bzw. "Run and Time").

Abgabe der Lösungen:

Die Abgabe der Lösungen (*.m-Files und Grafiken) muß über Kreuzlliste³ erfolgen.

Die Filenamen **müssen** dem Schema `bsp_number`, gefolgt von der Fileextension, entsprechen. Andere Filebezeichner zählen nicht als abgegebene Files.

Abzugebende Files (auch als ein zip-File möglich):

`bsp_12.m`, `bsp_12.jpg`
`bsp_13.m`, `bsp_13.png`
`bsp_14.m`,
`bsp_15.m`, `bsp_15.jpg`

²<https://de.wikipedia.org/wiki/Primzahlzwillling>

³http://imsc.uni-graz.at/haasegu/Lectures/CompMath/Modus_WS.html