Übung 6

#2 A triangular (upper)

$d_i \neq 0 \quad i=1\ldots n$

$*$ = eine zahl

$$A = \begin{pmatrix} d_1 & * & * & \cdots & * \\ 0 & d_2 & * & \cdots & * \\ 0 & 0 & d_3 & \cdots & * \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & d_{n-1} & * \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & & d_n \end{pmatrix}_{n \times n}$$

Sind Spalten linear unabhängig? gegeben α_i $i=1 \ldots n$

$$0 = \alpha_1 \begin{pmatrix} d_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha_2 \begin{pmatrix} * \\ d_2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha_3 \begin{pmatrix} * \\ * \\ d_3 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + \ldots \alpha_{n-1} \begin{pmatrix} * \\ * \\ * \\ \vdots \\ d_{n-1} \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha_n \begin{pmatrix} * \\ * \\ * \\ * \\ * \\ d_n \end{pmatrix}$$

letze reihe: $\alpha_1 \cdot 0 + \ldots + \alpha_{n-1} \cdot 0 + \alpha_n d_n = 0$

$d_n \neq 0 \Rightarrow \alpha_n = 0$

$\Rightarrow$ vor letze reihe $0 \cdot d_1 + \ldots \alpha_{n-1} d_{n-1} + 0 \cdot d_n = 0$

$d_{n-1} \neq 0 \Rightarrow \alpha_{n-1} = 0$

und so weiter $\alpha_i = 0 \quad i = 1 \ldots n$

und n spalten sind linear unabhängig

Gleiche Beweish für reihe und "lower" triangular Matrizen

#5

(a) Sei $V = B_1 a_1 + B_2 a_2 + \ldots B_n a_n$ $\{a_i\}$ Basis

und $V = d_1 a_1 + d_2 a_2 + \ldots d_n a_n$ $B_i \in K$, $d_i \in K$

$\Rightarrow V - V = 0 = (B_1 - d_1) a_1 + \ldots + (B_n - d_n) a_n$

aber $\{a_i\}$ linear unabhängig $\Rightarrow (B_i - d_i) = 0 \quad i = 1 \ldots n$

So es gibt nur einen weg so dass V ist ein linear kombination of $\{a_i\}$