

Übung 4

2 c

$$f = \sum_{i=1}^n a_i X^i$$

$$g = \sum_{i=1}^m b_i X^i$$

X variable
 a_i Konstanten

$$W_a: \mathbb{R}[X] \rightarrow \mathbb{R}$$

wobei $W_a(f) = f(a) = \sum_{i=1}^n a_i a^i$

\nearrow Abbildung \nwarrow Polynom $\underbrace{\hspace{10em}}$ Reelle Zahl

Ist W_a linear?

Probieren (i) $W_a(f+g) = W_a(f) + W_a(g)$

(ii) $W_a(kf) = k W_a(f)$

(i) für f, g sei $m \geq n$ dann setzen $a_i = 0$ für $i = n+1, \dots, m$

$$W_a(f+g) = W_a\left(\sum_{i=1}^m a_i X^i + \sum_{i=1}^m b_i X^i\right)$$

$$= W_a\left(\sum_{i=1}^m (a_i + b_i) X^i\right)$$

(distributive und
 commutative
 Eigenschaft)

$$\stackrel{\text{weil } a_i \text{ konst.}}{=} \sum_{i=1}^m (a_i + b_i) a^i$$

$$= \sum_{i=1}^m (a_i a^i + b_i a^i) = \sum_{i=1}^m a_i a^i + \sum_{i=1}^m b_i a^i$$

$$= W_a(f) + W_a(g)$$

(ii) $W_a(kf) = W_a\left(k \cdot \sum_{i=1}^n a_i X^i\right) = W_a\left(\sum_{i=1}^n k a_i X^i\right)$

$$= \sum_{i=1}^n k a_i a^i$$

$$= k \sum_{i=1}^n a_i a^i$$

$$= k W_a(f)$$